ARS ENSIS

Lovagi Kör és Kardvívó Iskola Egyesület

Free Scholler

SZAKDOLGOZAT

Kardok Mechanikája

analitikus és numerikus elemzések a mechanika és a vívás közös világában

Készítette:

Rádi Ferenc

Free Scholler jelölt

ADATLAP

Szakdolgozat készítésének éve		2012-2013
Jelölt neve		Rádi Ferenc
Külső konzulens:	Neve:	Béres Miklós
	Beosztása:	egyetemi tanársegéd
	Munkahelye:	Miskolci Egyetem GÉIK Fizikai Tsz.
	Munkahely címe:	3515 Miskolc-Egyetemváros

Belső konzulens:	Neve:	Dr. Majár János
	Beosztása:	egyetemi adjunktus
	Munkahelye:	Miskolci Egyetem GÉIK Fizikai Tsz.
	Munkahely címe:	3515 Miskolc-Egyetemváros

Szakdolgozatot ellenőriztem, beadható, nem adható be:

_____ _____

dátum külső konzulens

_____

belső konzulens

DIPLOMAMUNKA BÍRÁLATI LAP

Szerző (jelölt): Rádi Ferenc

A diplomamunka címe: Kardok Mechanikája

A bíráló neve, munkahelye, foglalkozása:

_____

1. Témaválasztás: (max. 5 pont) adott pontszám □

2. A dolgozat szerkezete, stílusa: (max 8 pont) adott pontszám □

3. Szakirodalom feldolgozása: (max. 10 pont) adott pontszám □

4. A téma kidolgozásának színvonala: (max. 20 pont) adott pontszám □

5. A dolgozat gyakorlati vonatkozása: adott pontszám □

(max. 7 pont)

Összpontszám: pontszám ■

A bíráló általános véleménye a dolgozatról:

Dátum……..

…….

bíráló

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ezúton szeretném megköszönni mindazon személyeknek a segítségét, akik nélkül a szakdolgozat nem ölthetett volna ilyen formát, vagy meg sem született volna. Elsősorban Dr. Majár Jánosnak a sok segítségért, a precíz megfogalmazásokért, a hosszú telefonbeszélgetésekért, amivel a szakdolgozat írásomban, mint belső konzulens, nagy szerepet vállalt.

Köszönöm Mohai Zsófiának a sok képszerkesztésben és elő-olvasásban nyújtott segítségéért, hiszen a képek egy része az ő keze munkáját dicséri.

Köszönet a Provosti edzés tagjainak, név szerint Berkes Zoltánnak, Fogl Lászlónak, Waldmann Szabolcsnak, és Weisz Attilának, hogy elvállalták a mérésekben a rájuk kiosztott feladatokat, valamint hogy filmre vehettem őket a kutatásaimhoz.

Köszönet még Kerese Mátének az elindulásban nyújtott sok segítségért, valamint a határidők folyamatos ismétléséért, mert enélkül a dolgozat biztos nem készült volna el időben.

Valamint köszönet minden barátomnak és ismerősömnek, aki a szakdolgozatot a leadás előtt elolvasta és pozitív kritikájával segített emelni a szakdolgozat minőségét.

TARTALOMJEGYZÉK

CÍM 1

ADATLAP 2

DIPLOMAMUNKA BÍRÁLATI LAP 3

BÍRÁLÓ ÁLTALÁNOS VÉLEMÉNYE A DOLGOZATRÓL 4

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS 5

TARTALOMJEGYZÉK 6

0. BEVEZETÉS 8
0.1. Alapfogalmak 9
0.1.1. Vektor 9
0.1.2. Tenzor 9
0.1.3. Skalárszorzat 10
0.1.4. Vektoriális szorzat 10
1. A HOSSZÚKARD DINAMIKAI TULAJDONSÁGAI 11
1.1. Bevezetés 11
1.2. Alapfogalmak 11
1.2.1. Pálya, Út, Elmozdulás 11
1.2.2. Sebesség 12
1.2.3. Gyorsulás 12
1.2.4. Szögsebesség 13
1.2.5. Szöggyorsulás 13
1.2.6. Merev test 14
1.2.7. Merev testek kinematikájának alapegyenletei 14
1.2.8. Tehetetlenségi nyomaték 14
1.2.9. Egyes jellegzetes testek tehetetlenségi nyomatékai: 15
1.2.10. Impulzus 16
1.2.11. Newton II axiómája, impulzus tétel 16
1.2.12. Perdület 16
1.2.13. Perdület tétel 17
1.3. A hosszúkard mozgása a felső ütés folyamán 17
1.3.1. A modellek alapfeltevései; közelítései, elhanyagolásai : 18
1.3.2. Első modell 19
1.3.3. Második modell 20
1.3.4. A fellépő erők nagyságának meghatározása 20
1.4. Konklúzió a számításokból és a mérésekből 25
2. A HOSSZÚKARD ÜTKÖZÉSE 27
2.1. Bevezetés 27
2.2. Alapfogalmak 27
2.2.1. Ütközés 27
2.2.2. Két tömegpont ütközése 28
2.2.3. Tökéletesen rugalmas ütközés: 29
2.2.4. Tökéletesen rugalmatlan ütközés: 29
2.2.5. Valóságos ütközés 29
2.3. A hosszúkard ütközése egy hárítás folyamán 30
2.3.1. A modell főbb egyszerűsítései 30
2.3.2. Konklúzió 32
3. A HOSSZÚKARD SZILÁRDSÁGTANI TULAJDONSÁGAI 33
3.1. Bevezető 33
3.2. Alapfogalmak 33
3.2.1. Deformáció 33
3.2.2. Hooke-törvény 34
3.2.3. Mechanikai feszültség 34
3.2.4. Relatív/fajlagos nyúlás 35
3.2.5. Egyszerűsített Hooke-törvény 37
3.2.6. Rugalmassági modulus 37

3.2.7. Folyáshatár ... 38
3.2.8. Szakítószilárdság ... 38
3.2.9. Másodrendű nyomaték ... 39
3.2.10. Rúd ... 39
3.2.11. Egyenes rúdban ébredő feszültségek ... 39
3.2.12. Rugalmas szál differenciálegyenlete ... 39
3.2.13. Befogások ... 40
3.2.14. Kihajlás ... 40
3.3. Hosszúkard és feder terheléses vizsgálata analitikus számolással ... 42
3.3.1. A modellek alapfeltevései: ... 42
3.3.2. Másodrendű nyomaték számítás: ... 43
3.3.3. Konklúzió ... 46
3.4. Hosszúkard és feder kihajlásra való vizsgálata analitikus módon ... 48
3.4.1. Konklúzió: ... 48
4. ÖSSZEFOGLALÁS ... 49
IRODALOMJEGYZÉK ... 50
MELLÉKLET ... 51

Kardok mechanikája

analitikus és numerikus elemzések
a mechanika és a vívás közös világában

0. Bevezetés

A következő szakdolgozat során a kedves olvasó a kardok és a mechanika világának metszetében fogja találni magát. A mechanika sok apróbb témakörből áll, de ezek közül csak néhányat tárgyalok részletesen, mivel egy mély és teljes körű vizsgálat vagy meghaladná a szakdolgozat terjedelmét, vagy túlságosan bonyolult lenne, ennek a szakdolgozatnak pedig az a célja, hogy minél egyszerűbb legyen, és egy kevesebb matematikai alappal rendelkező olvasó számára is érthető legyen. Így a modellek tekintetében is a minél egyszerűbb formára, minél inkább alapvetőbb egyenletek alkalmazására törekedtem. Ez persze nem jelenti azt, hogy a számításokból kikerülő adatok nem bírnak, csak 'piciny' jelentőséggel. A modellezésben pont ez a szép, ugyanis minden modellezés első lépése egy durva, de egyszerű modell megalkotása, amely (kezdetlegesen bár) de jól modellezi a valóságot.

Minden egyes fejezetben a mechanika más-más szegletével lehet találkozni. A fejezetek felépítése hasonló, először a témakör alapjaiból elindulva felépíti azt a hátteret, amire ezek után lehet támaszkodni, következtetéseket levonni és eredményeket számszerűsíteni. A legfontosabb célok a következők.

Az első fejezetben a kinematika-dinamika témakörben egy Zornhau ütése esetén modellezem a kard mozgását, erre dolgozok ki egyszerűsítéseket, hogy síkban tudjam ábrázolni a kard mozgását. A cél az, hogy minél inkább valósághű adatokat kapjak, ehhez szükségem van valódi adatokra, mért eredményekre, ezt pedig több méréssorozat elvégzésével tettem lehetővé.

A második részben az ütközések részlegén belül vizsgálom, hogy az előző fejezetben meghatározott sebességeloszlás mellett milyen hatásokkal jár egy ilyen ütés hárítása, milyen gyorsulások ébrednek a kardban az ütközés pillanatában.

A harmadik fejezet során a feszültségek és deformációk világába kalauzolom el az olvasót, ahol a hosszúkardot és a federt hasonlítom össze több tulajdonságon keresztül, így tudományosan is választ adva néhány olyan triviális kérdésre (például miért használunk federt

hosszúkard helyett szabadvívásnál), mely a felszínen roppant egyszerűnek tűnik, de ahogyan a számolásokból is kitűnik ezek a kérdéskörök nem éppen triviálisak.

Javaslom azon olvasók számára, akiket nem érdekel a betűk és definíciók sokasága, azok főleg a modellezési részt, és az eredményeket olvassák el figyelmesen, mert ezekben a részekben olyan eredményekkel találkozhatnak, amely egy külső szemlélő szempontjából megdöbbentőnek hathatnak.

0.1. Alapfogalmak

Itt, a szakdolgozat elején olyan fogalmakra fogok kitérni, amelyek a szakdolgozatban többször használatra kerülnek és ezért részletezésük nélkülözhetetlen, és a későbbi fejezetekben már nem fogok kitérni a részletes tárgyalásukra.

0.1.1. Vektor

A vektor a fizika és matematika fontos fogalma. Olyan mennyiség, melynek nagysága és iránya is van. Legegyszerűbb megfogalmazása, hogy a vektor irányított szakasz. A vektornak van még egy fontos tulajdonsága, ez pedig az dimenziója. A vektor dimenziója meghatározza, hogy egy vektornak hány eleme van. (Emiatt rendezett számpároknak, számhármasoknak, vagy szám n-eseknek is hívják.) A szakdolgozatban használt jelölésem a vektorra, két tetszőleges vektoron bemutatva, jelölése: egy alul vagy felülvonás, példák :

$\underline{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$; $\underline{v}_{10} = \begin{bmatrix} x \\ c \\ 3.4 \end{bmatrix}$; vagy két pont között: $\overline{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3.4 \end{bmatrix}$

0.1.2. Tenzor

A tenzor egy matematikai objektum, amely a skalár és vektor fogalom általánosítása. A vektorhoz hasonlóan ábrázolható egy választott koordináta-rendszerben számok mátrixaként, de független a választott vonatkoztatási rendszertől. A tenzorok alkalmazásának különösen nagy jelentősége van a fizikában és a mérnöki tudományokban. Maga a „tenzor” kifejezés is a fizikából jön, először a deformálható testek mechanikájában, az anyagban fellépő feszültségek és nyomások leírására használták. Jelölése két alulvonással, néhány példa tenzorokra:

$$\underline{\underline{O}}_2 = \begin{bmatrix} 11.1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad \underline{\underline{M}}_2 = \begin{bmatrix} bx - y & a \\ -a & s - 1 \end{bmatrix};$$

0.1.3. Skalárszorzat

Két geometriai vektor skaláris szorzatát megkapjuk, ha összeszorozzuk abszolútértéküket (hosszukat) és az általuk közbezárt szög koszinuszát (α).

$$\underline{a}\,\underline{b} = \underline{|a|}\,\underline{|b|}\cos(\alpha)$$

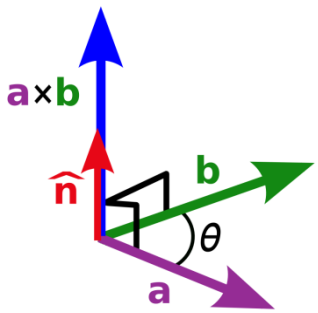
Háromdimenziós vektorok esetén, ha a vektorok derékszögű koordinátáival számolunk, a következőképp kapjuk meg:

$$\underline{a}\,\underline{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 \qquad \text{röviden:} \quad \underline{a}\,\underline{b} = \delta_{ij}a_ib_j$$

ahol az egyes számok a vektorok koordinátáinak sorszámát mutatják. Ez a képlet pedig akárhány dimenzióra általánosítható.

0.1.4. Vektoriális szorzat

A vektoriális szorzat (más néven keresztszorzata), pontosabban két térbeli vektor vektoriális szorzata egy, olyan művelet, amelynek eredménye egy vektor. Míg a vektorok (és a rajtuk végzett műveletek közül például a skaláris szorzat) általánosíthatók több dimenzióra, a vektoriális szorzatot csak 3 dimenziós térben értelmezzük. Jelölése: $\underline{a}\ x\ \underline{b}$



1. Kép: Vektoriális szorzat[1]

1. Az eredményvektor nagysága (abszolút értékben) a két vektor hosszának és a közbezárt szögük szinuszának szorzata ($0° \leq \theta \leq 180°$):
2. Az eredményvektor állása merőleges mind a-ra, mind b-re (az [a,b] síkra).
3. Az eredményvektor iránya olyan, hogy az a, b és c jobbsodrású vektorrendszert alkot.

[1] Kép forrása: http://hu.wikipedia.org/wiki/Vektori%C3%A1lis_szorzat

1. A Hosszúkard dinamikai tulajdonságai

1.1. Bevezetés

A hosszúkard kinematikai, dinamikai vizsgálata során egy felső ütés modellezésével foglalkoztam. Mint tudjuk, a kinematika magukat a mozgásokat vizsgálja, arra kíváncsi, hogy hogyan folyik le maga a mozgás, a dinamika pedig arra adja meg a választ, hogy miért jön létre ez a mozgás. A felső ütés modellezésén belül kitértem arra, hogy mekkora erővel mozgathatjuk a kardot, és hogyan néz ki egy ütés pályája, hogyan mozog a kard. Így megkaptam a hosszúkard pontjainak sebességét az ütés végpontjában, ezt az eredményt pedig fel tudom használni a későbbi fejezetek folyamán. (Ütközések, Szilárdságtan).

1.2. Alapfogalmak

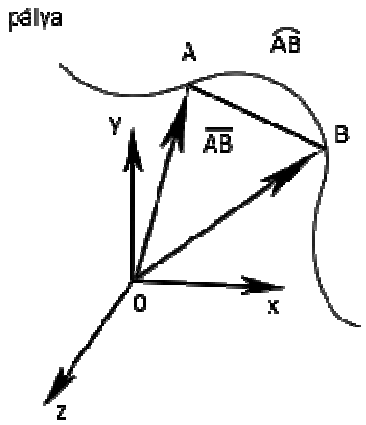
Az elkövetkezőekben a kinematikai és a dinamikai számításokhoz szükséges fogalmakat fogom bemutatni, részletezni.

1.2.1. Pálya, Út, Elmozdulás

Vegyünk egy anyagi pontot, melynek térbeli pozícióját Descartes koordináta rendszerben adjuk meg. A pontba mutató vektort nevezzük a pont helyvektorának (jelölése r). Tegyük fel azt, hogy ezen anyagi pont pályáját ismerjük, egyenlete:

$$\underline{r} = \underline{f}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

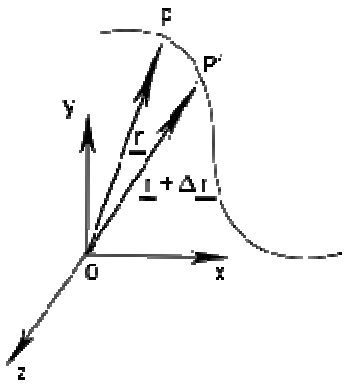
ahol x(t), y(t), z(t) idővel paraméterezett, tetszőleges függvények. Ezen függvényekről feltételezzük, hogy folytonosak, valamint legalább kétszer folytonosan differenciálhatóak. Az egyenletek által leírt görbét a pont *pályájának* nevezzük. Ha az anyagi pont A pontból t idő alatt a B pontba kerül, akkor az $\widehat{AB}$ ívhosszúság a t idő alatt megtett *út*, az $\overline{AB}$ vektor pedig az *elmozdulás*.



2. Kép: Pálya,elmozdulás és út

1.2.2. Sebesség

A következő ábra teljesen megegyezik az előző ábrával, csak a jelölések változnak a levezetés érdekében.



3. Kép: Sebesség meghatározása

Legyen az anyagi pont a t időpillanatban a pályájának r helyzetvektorral jellemzett P pontjában, Δt idő múlva pedig a $\underline{r}+\Delta\underline{r}$ meghatározott P' pontjában. Az anyagi pont elmozdulása Δt idő alatt $\overline{PP'}$, ami $\Delta\underline{r}$ tehát az időegységre eső átlagos elmozdulás $\frac{\Delta\underline{r}}{\Delta t}$. Ez a vektor láthatóan Δt nagyságától függ, így egy valóságos mozgás jellemzésére csak akkor alkalmas, ha elegendően kicsinynek választjuk, így jutunk a sebesség képletéhez, hiszen a sebesség a helyzetvektor idő szerinti differenciálhányadosa:

$$\underline{v} = \frac{d\underline{r}}{dt}, \qquad \underline{v} = \dot{\underline{r}}$$

ahol v a mozgó pont sebessége tetszőleges időpillanatban.

1.2.3. Gyorsulás

Hasonlóan az előző levezetéshez, a sebességvektorok időbeli változása alapján levezethető a gyorsulás, ami a sebesség idő szerinti első, vagyis a helyzetvektor idő szerinti második differenciálhányadosa:

$$\underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt}, \qquad \underline{v} = \dot{\underline{r}} \qquad \underline{a} = \ddot{\underline{r}}$$

ahol $\underline{a}$ a mozgó pont gyorsulása tetszőleges időpillanatban.

Ezek után feltehetnénk a kérdést, hogy miért nem számítunk ki további differenciálhányadosokat, hiszen a gyorsulás vektora is változhat, azonban míg a gyorsulás a dinamikán belül egy középponti fogalom, ezen további felsőbb rendű gyorsulásoknak a szerepe már elhanyagolható, csak ritkán találkozhatunk velük.

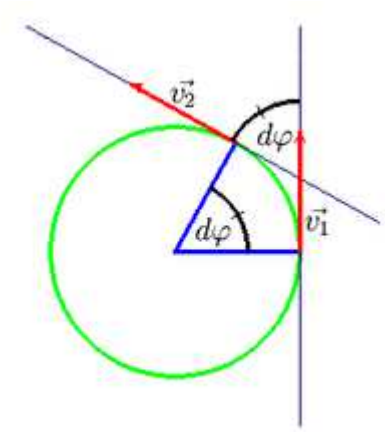
1.2.4. Szögsebesség

A kezdeti helyvektor, és az adott pillanatbeli helyvektor által bezárt szög változásának nagysága a szögsebesség, melynek nagyságát hasonlóan a fentebbi levezetéshez, a következő képlettel kaphatjuk meg:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

ahol a szögváltozás nagyságát az ábrán láthatjuk.

A szögsebesség irányát pedig a két helyvektor által kifeszített sík normálvektora adja. A szögsebességet egy képlettel is meg lehet adni, ennek formája:



4. Kép: Szögsebesség[2]

$$\underline{\omega} = \frac{\arccos\left(\frac{\underline{r}\,(\underline{r}+d\underline{r})}{|\underline{r}|\,|\underline{r}+d\underline{r}|}\right)\underline{k}}{dt}$$

ahol $|\underline{r}|$ az $\underline{r}$ helyvektor hosszát jelöli, $\underline{k}$ vektor pedig a két vektor ($\underline{r}$,$\underline{r}$+d$\underline{r}$) által kifeszített síkra merőleges egységvektor, $\underline{\omega}$ pedig a szöggyorsulás vektor.

1.2.5. Szöggyorsulás

A szöggyorsulás a sebesség és a gyorsulás közötti összefüggéshez hasonlóan kapható meg. A szöggyorsulás a szögsebesség idő szerinti differenciálhányadosa, képlettel megadva:

$$\underline{\beta} = \frac{d\omega}{dt}$$

ahol $\underline{\beta}$ a szöggyorsulás vektora.

Eddig csak anyagi pontokról beszéltünk, hiszen így egyszerűbb volt meghatározni a témakör alapfogalmait, most térjünk át a pontrendszerek kinematikájára és dinamikájára.

---

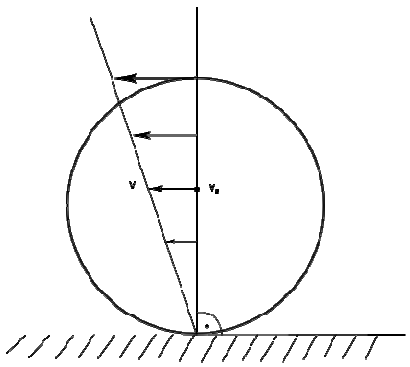
[2] Kép forrása: http://hu.wikipedia.org/wiki/Sz%C3%B6gsebess%C3%A9g

1.2.6. *Merev test*

Merev test az olyan test, melynek pontjai a fellépő erők hatására egymáshoz képest elhanyagolható mértékben mozdulnak el, más szóval nem történik alakváltozás. Precízen megfogalmazva ez azt jelenti, hogy a test egyes pontjai közötti távolság nem változik

1.2.7. *Merev testek kinematikájának alapegyenletei*

A merev testek kinematikai alapelvei úgy keletkeznek, hogy a merev testek összetett mozgását felbontjuk haladó mozgásra, valamint forgó mozgásra, így jönnek létre az alábbi egyenletek:



5. Kép: Sebességeloszlás

Sebesség meghatározása a test bármely pontjára, a test egy tetszőleges pontjából:

$$\underline{v_B} = \underline{v_A} + \underline{\omega}\ x\ \underline{r_{AB}}$$

ahol: $\underline{v_B}$ a B pont sebessége, $\underline{v_a}$ az A pont sebessége, $\underline{\omega}$ a szögsebesség, $\underline{r_{AB}}$ pedig az A pontból a B pontba mutató vektor.

Az ábra alapján jól látható ezen összefüggés gyakorlati tapasztalata, mely egy gördülő korongban mutatja a sebességeloszlást a talppont és a súlypontot összekötő egyenes mentén, a képletnek megfelelően, hiszen a talppont(ahol a korong érintkezik a talajjal) sebessége 0, ezért a sebesség nagysága a távolsággal egyenes arányban fog nőni.

Gyorsulás meghatározása a test bármely pontjára:

$$\underline{a_B} = \underline{a_A} + \underline{\beta}\ x\ \underline{r_{AB}} + \underline{\omega}\ x\left(\underline{\omega}\ x\ \underline{r_{AB}}\right)$$

ahol: $\underline{a_B}$ a B pont gyorsulása, $\underline{a_a}$ az A pont gyorsulása, $\underline{\beta}$ a szöggyorsulás, $\underline{\omega}$ a szögsebesség, $\underline{r_{AB}}$ pedig az A pontból a B pontba mutató vektor.

1.2.8. *Tehetetlenségi nyomaték*

Egy merev test tehetetlenségi nyomatéka egy adott tengely körül azt adja meg, hogy „mennyire nehéz” megváltoztatni a szögsebességét a tengely körül. Példa: A tehetetlenségi

nyomaték egy forgást végző testnél ugyanazt jelenti, amit egy egyenes vonalon haladó testnél a tömeg jelent.

Egy merev testnek tenzoros formában írható fel a teljes tehetetlenségi nyomatéka, hiszen ez tengelyenként és tengelypáronként más és más. Képlettel megadva, egy tetszőleges pontra:

$$\underline{\underline{\Theta}}_A = \underline{\underline{\Theta}}_S + \underline{\underline{\Theta}}_{AS}$$

Ahol $\underline{\underline{\Theta}}_S$ a súlyponti tehetetlenségi szimmetrikus nyomaték tenzor, $\underline{\underline{\Theta}}_{AS}$ pedig a párhuzamos tengelyek tételéből adódó tenzor, megadási módjuk:

$$\underline{\underline{\Theta}}_S = \begin{bmatrix} \Theta_x & -D_{xy} & -D_{xz} \\ -D_{yx} & \Theta_y & -D_{yz} \\ -D_{zx} & -D_{zy} & \Theta_z \end{bmatrix}_{(x,y,z)} \qquad \underline{\underline{\Theta}}_{AS} = m \begin{vmatrix} y_{AS}^2 + z_{AS}^2 & -x_{AS}y_{AS} & -x_{AS}z_{AS} \\ -x_{AS}y_{AS} & x_{AS}^2 + z_{AS}^2 & -z_{AS}y_{AS} \\ -x_{AS}z_{AS} & -z_{AS}y_{AS} & x_{AS}^2 + y_{AS}^2 \end{vmatrix}$$

a fenti kifejezések egyes elemei az alábbiak:

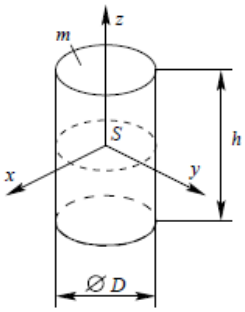
az x tengelyre számított tehetetlenségi nyomaték; $\Theta_x = \int_{(m)} \left(y^2 + z^2\right) dm$

a deviációs tehetetlenségi nyomaték: $D_{xy} = \int_{(m)} xy\, dm$

ahol m a test tömege, az i_{AS} [$i \epsilon (x, y, z)$] pedig az A S-től való távolsága az i tengely mentén.

1.2.9. Egyes jellegzetes testek tehetetlenségi nyomatékai:

Henger esetén, a tehetetlenségi nyomatékok az egyes főtengelyekre, a kép alapján:



$$\Theta_x = \Theta_y = \frac{1}{4} mR^2 + \frac{1}{12} mh^2 \qquad \Theta_z = \frac{1}{2} mR^2$$

$$R = \frac{D}{2}$$

ahol a h a henger hossza, m a henger tömege, R pedig a henger sugara.

6. Kép: Henger [3]

Korong esetén: (h<<R) $\Theta_x = \Theta_y = \frac{1}{4} mR^2$; $\Theta_z = \frac{1}{2} mR^2$

[3] Kép forrása: http://www.mm.bme.hu/

Prizmatikus rúd esetén: (h>>R) $\Theta_x = \Theta_y = \frac{1}{12} mh^2$; $\Theta_z = 0$

1.2.10. Impulzus

Az impulzus (lendület) egy vektormennyiség, egyenlő a test tömegének és sebességének szorzatával. Maga az impulzus úgy fogalmazható meg közérthetően, hogy minél nagyobb egy test impulzusa, annál nehezebb lesz megállítani. Az impulzus képlettel kifejezve:

$$\underline{I} = m\underline{v}$$

Ahol m a test tömege, v a sebessége.

1.2.11. Newton II axiómája, impulzus tétel

A dinamikában gyakran használjuk mind a két összefüggést, melyek a következőképpen fejthetőek ki:

Newton 2. axiómája

Bármilyen test esetén ugyanazon testre ható erők eredője, és test gyorsulása egyenesen arányosak és egyirányúak, a kettő közötti arányszám pedig a tömeg.

$$\underline{F_e} = m\,\underline{a}$$

Ahol F az eredő erők vektora, m a test tömege, a pedig a test gyorsulása.

Impulzus tétel

Egy test impulzusának megváltozása egyenesen arányos és azonos irányú a testre ható erők eredőjével. Az arányossági tényező megegyezik a test 'm' tömegével. Az axióma képlettel kifejezett formája:

$$\underline{F_e} = \underline{\dot{I}}$$

Ahol F az erő vektora, I a test impulzusa, a pontozás pedig az időbeli deriváltat jelenti.

1.2.12. Perdület

Egy merev test perdülete következő képlettel definiálható a súlypontra:

$$\underline{\Pi}_S = \underline{\underline{\Theta}}_S\,\underline{\omega}$$

ahol $\underline{\Pi}_S$ a test perdülete, $\underline{\underline{\Theta}}_S$ a súlyponti tehetetlenségi nyomaték tenzor, $\underline{\omega}$ pedig a szögsebesség. A korábbi fogalmakban részletezve, általánosan:

$$\underline{\Pi}_A = \underline{\underline{\Theta}}_A\, \underline{\omega} + \underline{r_{AS}}\, x\, m\underline{v_A}$$

1.2.13. Perdület tétel

A test egy adott pontjának perdület-változásának nagysága arányos a testre ható nyomatékok eredőjével.

$$\underline{D}_A = \dot{\underline{\Pi}}_A + \underline{v}_A \text{ x } \underline{I} = \underline{M}_A$$

ahol a perdületvektor deriváltját ($\underline{D}_A$) kinetikai nyomatékvektornak nevezzük, $\underline{\Pi}_A$ a perdületvektor, $\underline{M}_A$ pedig a testre ható nyomatékok eredője.

Az impulzus tétel és a perdület tétel együttesen adja a dinamika alapegyenletét, mely multi vektoros formába rendezve, a test valamely pontjára felírva a következő képletösszefüggést adja:

$$[\underline{\dot{I}}; \underline{D_A}]_A = [\underline{F}; \underline{M_A}]_A$$

1.3. A hosszúkard mozgása a felső ütés folyamán

Ebben a részben azt vizsgáltam, milyen egyszerűsítések mellett határozható meg a kard mozgása egy Zornhau folyamán (továbbiakban felső ütés), és hogyan néz ki egy felső ütés lefolyása, a számítások során csak a kar mozgató hatást vettem figyelembe, a többi mozgással nem számoltam, így a következő paraméterekre volt szükségem, melyen paraméterek egy valós kardból származnak. A megnevezések azért szerepelnek így a táblázatban, mert a számítási dokumentáció során is ezeket a betűjelöléseket alkalmaztam:

Megnevezés	Jelölés	Érték	Mértékegység
Pengehossz	L4	0.95	m
Keresztvas-hossz	L3	0.24	m
Markolathossz	L2	0.3	m
Súlypont a keresztvastól	LS	0.075	m
Átlagos keresztvas átmérő	D3	0.01	m
Átlagos markolat átmérő	D2	0.01	m
Átlagos keresztvas keresztmetszet	A3	$\frac{D3^2\pi}{4}$	m^2
Átlagos markolat keresztmetszet	A2	$\frac{D2^2\pi}{4}$	m^2
A keresztvas súlypontjának távolsága a súlyponttól	dL3	$\frac{D3}{2} + LS$	m
A markolat súlypontjának távolsága a súlyponttól	dL2	$\frac{L2}{2} + D3 + LS$	m
Kard anyagának sűrűsége	ρvas	7800	kg/m^3
A keresztvas tömege	m3	ρvas A2 L2	m
A markolat tömege	m2	ρvasL3A3	m
Az első modellhez használt paraméterek			
Átlagos penge keresztmetszet	A4	0.000125	m^2
A penge súlypontjának távolsága a súlyponttól	dL41	$L4/2 - LS$	m
Az második modellhez használt paraméterek			
Téglalap alakú keresztmetszet legnagyobb hossza (y tengely)	Htg1	0.035	m
Téglalap alakú keresztmetszet legkisebb hossza (y tengely)	Htg2	0.015	m
Téglalap alakú keresztmetszet legnagyobb vastagsága (z tengely)	Vtg1	0.006	m
Téglalap alakú keresztmetszet legkisebb vastagsága (z tengely)	Vtg2	0.0025	m

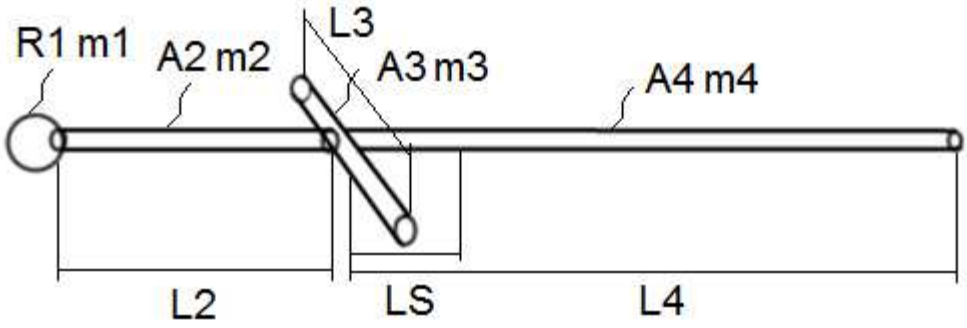
1.3.1. A modellek alapfeltevései; közelítései, elhanyagolásai :

1. A kard tökéletes merev testként működik, tehát nincs deformáció a testen belül,
2. Az emberi erőkifejtés nagysága állandó, (izmok sebességfüggése és kontrakció függése elhanyagolva),
3. Végig maximális gyorsító erővel mozgatjuk a kardot,
4. Csak a karok vesznek részt az erőkifejtésben és a mozgásban,
5. A kard súlypontja egy vonalon, egyenesen mozog (lichtenaueri Zornhau),
6. A kard teljesen függőleges síkban mozog, a gravitációs erőt elhanyagoljuk (mint a későbbi számolásokból látjuk, a másik erőkhöz képest ~8%)

Első lépésben a szükséges tömegeket és tehetetlenség nyomatékokat határoztam meg. A tehetetlenségi nyomatékokat és a modellek súlyait úgy számítottam ki, hogy elsődleges szempont az volt hogy a súlypont a keresztvastól meghatározott távolságra legyen, így a véggomb súlya a modell alapján került kiszámításra, ezzel definiálva a súlypont helyét.
A tehetetlenségi nyomaték számításokhoz a következő modelleket használtam, folyamatosan finomítva a kard alakját, hogy minél inkább valóságosabb paraméterekkel rendelkezzen:

1.3.2. Első modell

Az első modell úgy készült, hogy meghatároztam az egyes részek egyszerűsített alakját, ami a következő: penge - egyenes rúd, állandó keresztmetszettel, keresztvas; markolat - kör alakú, állandó nagyságú keresztmetszettel rendelkező rúd; véggomb - gömb. A következő lépésben meghatároztam a modell súlypontját a véggomb nélkül, és ezek után a véggomb tömegét úgy számoltam ki iteráció segítségével, hogy a közös súlypont a megadott távolságra kerüljön a keresztvastól. Ezek után kiszámítottam az egyes részek tehetetlenségi nyomatékait, majd a párhuzamos tengelyek tételének segítségével kiszámítottam az egyes részek tehetetlenségi nyomatékát a súlypontra számolva. A modell vázlata:



7. Kép: Az első modell vázlata

A modell eredményei:

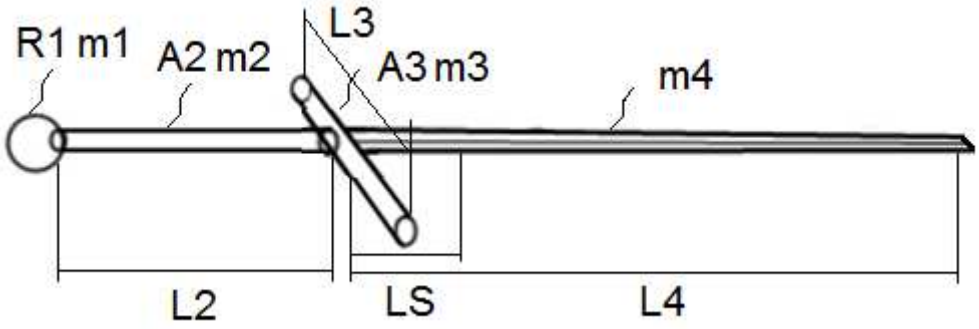
Megnevezés	**Jelölés**	**Érték**	**Mértékegység**
A penge súlypontjának távolsága a súlyponttól	dL41	0.423	m
A kard véggombjának súlya	m11	0.73	kg
A kard súlya	m1össz	1.97	kg

Az első modellben a kard súlya kissé nagy, ez azzal is okolható, hogy a keresztmetszet nagysága állandó, így a penge súlypontjának helye eltolódik, így a véggomb szükségesen nagyobb lesz hogy ellensúlyozza ezt a hatást, és ez megnöveli a súlyt. Ezért csináltam egy

második modellt, amelyben valósághoz hűebb geometriát dolgoztam ki, cserébe a mögöttes számítás jóval nehezebb volt.

1.3.3. Második modell

A második modellben a pengét lecseréltem egy változó keresztmetszetű hasábra, melynek súlypontját és súlyát saját magam határoztam meg integrálképletek segítségével. Ezek után pedig a modell többi részét (markolat, keresztvas) változatlanul hagyva meghatároztam a véggomb súlyát és nagyságát, ezzel ismét garantálva a súlypont keresztvastól való távolságát. A modell vázlata:



8. Kép: A második modell vázlata

A számításokból a következő eredményekre jutottam a második modellben:

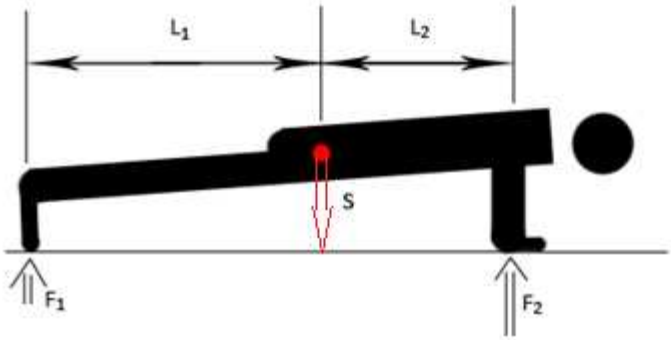
Megnevezés	**Jelölés**	**Érték**	**Mértékegység**
A penge súlya	m42	0.83	kg
A penge súlypontjának távolsága a súlyponttól	dL42	0.31	m
A kard véggombjának súlya	m12	0.5	kg
A kard véggombjának sugara	r12	0.024	m
A kard súlya	m2össz	1.66	kg

1.3.4. A fellépő erők nagyságának meghatározása

Ezen eredő erők nagyon bonyolult felépítésűek. Ha tökéletesen szeretnénk modellezni a valóságot, akkor a karok, mint összetett szerkezetek kellene hogy megjelenjenek, és ezen belül sok egyéb tényezőt figyelembe kellene vennünk. Ezért szükséges közelítésekkel élnünk, hogy egy egyszerű modell segítségével el tudjunk indulni, és meghatározni azt a kiindulási

felületet, ahonnan majd később tovább lehet lépni. Ezért dolgoztam ki a következő egyszerűsített modelleket ezen eredő erőkre vonatkozólag:

Vegyünk egy fekvőtámaszban lévő embert. Ha a fekvőtámasz elvégzése kellően lassú, és az alany meg tudja csinálni így a fekvőtámaszt, akkor a teljes kar által kifejtett erő a mozgás során állandó. így megállapíthatjuk, hogy ugyanezen személy egy felső ütés folyamán ugyanekkora erőt ki tud fejteni a teljes mozdulat folyamán.



9. Kép: Fekvőtámasz esetén az erők

A fenti ábra alapján a test egyensúlyi egyenleteit felírva, melyek az erőegyensúlyi egyenlet a függőleges tengelyre felírva, valamint a nyomatékegyensúlyi egyenlet a súlypontra felírva:

$$S = F_1 + F_2; \qquad L_1 F_1 - L_2 F_2 = 0$$

ahol a paraméterek táblázatos formában, a saját adataim alapján:

Megnevezés	**Jelölés**	**Érték**	**Mértékegység**
A test súlya	S	800	N
A lábujj és a köldök távolsága	L_1	1	m
A köldök és a vállak függőleges távolsága	L_2	0.4	m

Ebből a nekünk szükséges erőt kifejezve:

$$F_2 = S\frac{L_1}{L_1 + L_2}$$

Amelyekből kiszámítható a kar tolóereje, mely a fentebbi adatok alapján a következő:

$$F_t = \frac{F_2}{2} = 258.71\ N$$

Húzóerő kiszámítására vonatkozólag egy igen egyszerű esetet vettem alapul, méghozzá azt amikor az ember a kétfejű karizmot edzi szabadsúlyokkal (bicepsz erősítő gyakorlat), ekkor az általa egy kézzel mozgatott súly nagysága lesz a modellben a húzóerő. Így a húzóerő:

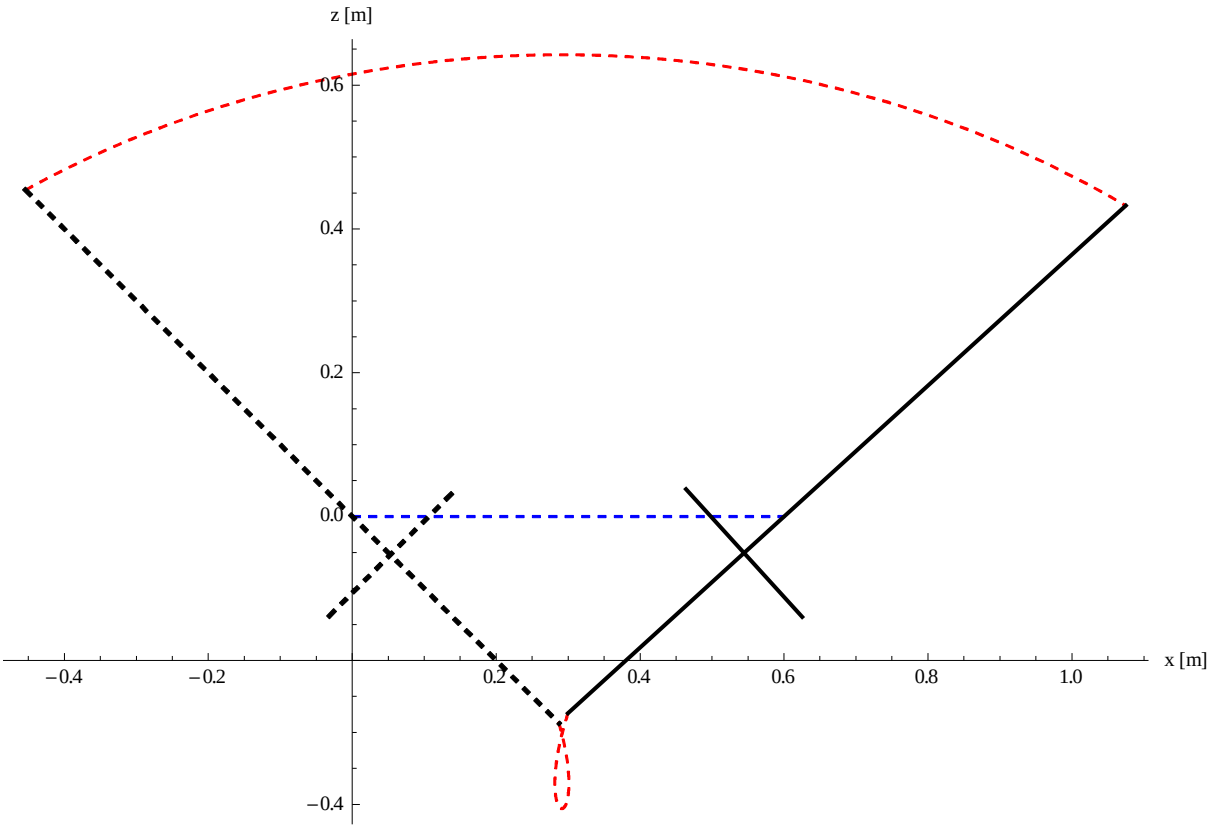
$$F_h = 200\ N$$

Az ütés számításához szükséges konstansok.

Megnevezés	**Jelölés**	**Érték**	**Mértékegység**
Tolóerő	F_t	285.71	N
Húzóerő	F_h	200	N
Tolóerő támadáspontjának távolsága a súlyponttól	dSFt	LS + D2	m
Húzóerő támadáspontjának távolsága a súlyponttól	dSFh	LS + D2 + 0.12	m
A felső ütés folyamán a kard súlypontja által megtett út hossza	dS	0.6	m
Ütés kezdő pillanatában a kard és a vízszintes tengely által bezárt szög	$\phi 0$	$\pi/4$	-
Kard kezdő sebessége	v0	0	m/s
Átlagos szög-konstans	α	$\pi/18$	rad

A számítások során a tökéletesen modellezett esetben a kar által kifejtett erők és a kard által bezárt szög folyamatosan változott volna, így a kifejtett nyomaték is, tehát ezen az úton csakis numerikus szimulációval lehetett volna meghatározni a kard mozgását, ezért egy becsült állandó szög tényezővel számoltam. A számítás során teljes gyorsítással számoltam, ez azt jelenti, hogy ha ezen eredményeket össze szeretnénk hasonlítani valós mérésekkel, akkor azt az időpontot kell figyelembe vennünk, ahol az ellenfél fejét elérné a kard hegye, és a kard még mindig gyorsuló állapotban van. A következő részben a számítás eredményei láthatóak

Az ábrán a hosszúkard mozgása látható 135 fokos indulószögből indítva (ahol a szög a kard pengéje és az x tengely által bezárt szög)



10. Kép: A kard mozgása,fekete szaggatott vonallal a kezdő pozíció folytonos vonallal a végső pozíció, kék szaggatott vonallal a súlypont mozgása, piros szaggatott vonalakkal a kard két végének mozgása

Eredmények az ütéshez szükséges időtartamra, a szögelfordulásra, , a súlypont végsebességére és a kard hegyének sebességére az ütés végére, táblázatos formában:

Megnevezés	**Jelölés**	**Érték**	**Mértékegység**
Ütéshez szükséges időtartam	t1	0.15	S
A súlypont végsebessége az ütés végén	vs1	7.88	m/s
A kard hegyének végsebessége az ütés végpontján (m/s-ban és km/h-ban)	vv1	18.14 65.29	m/s km/h
Teljes szögelfordulás	γ	89.49	^{o}

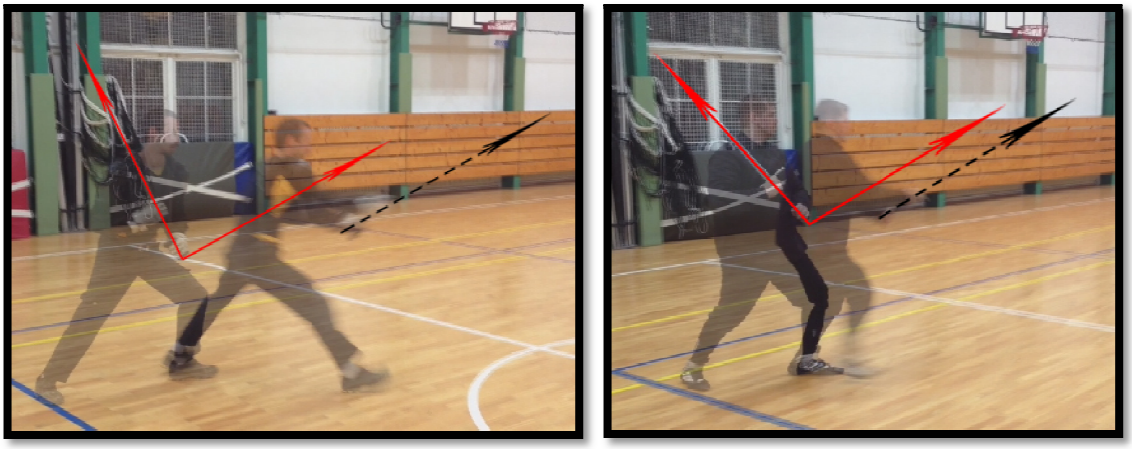
Ezután lássunk néhány példát arra, hogy a valós életben milyen gyorsan tudunk megütni egy ütést, valamint ekkor mekkora szöget fordul el az eszköz, videó kamerás felvételek alapján:

A következőekben egy, a saját kardommal készített videó-analízis eredménye látható, mely során meghatároztam azon képkockák számát, amennyi alatt az ütés lezajlott. Itt nem mozdult a testem többi része, csak a karom mozgott az ütés során. Arra is fel kell hívnom a figyelmet, hogy ez **nem az ütés végpontja**, mivel abban az esetben már lassítjuk a kardot, tehát ekkor változnak az erők, a megtett utak és a szögelfordulás is. A 6 ütésből álló méréssorozat eredménye:

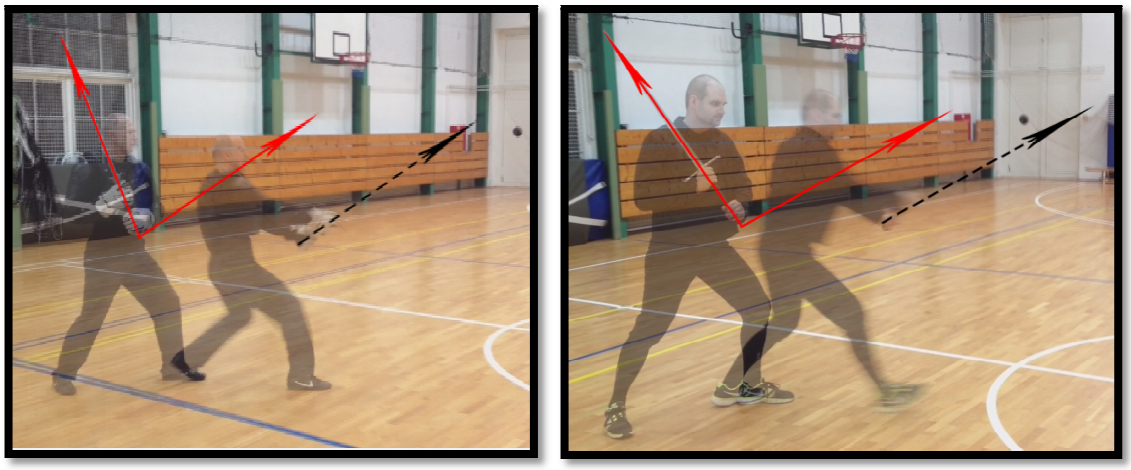
A mérés eredménye táblázatos formában:

Ütések sorszáma	1.	2.	3.	4.	5.	6.	**Átlag**			
Idő kezdés (képkockában)	11	128	223	314	405	528				
Idő vége (képkockában)	17	135	229	320	411	534				
Ütésidő (képkockában)	6	7	6	6	6	6	**6,17**	Képkocka	**0,2056**	**sec**
Mérési fájl megnevezése	IMG_0812									

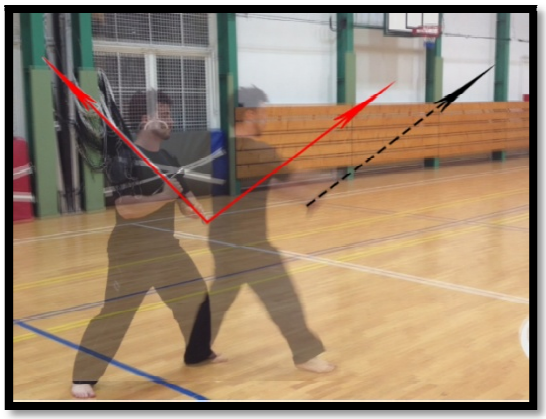
Egy másik mérés során több egyesületi társam segítségét kérve a szögelfordulás meghatározását vettem célnak, a következőekben ezen eredmények láthatóak, itt is fontos felhívnom a figyelmet arra, hogy ez nem a mozgás vége, hanem az a helyzet, ahol a kard valószínűsíthetően találkozik az ellenfél fejével, ezáltal a karok még a gyorsításra fordítanak energiát, tehát a penge még gyorsul:



11. Kép: Weisz Attila és Berkes Zoltán egy-egy felsőütése esetén a kard elfordulásának szöge



12. Kép: Fogl László és Waldmann Szabolcs felsőütése esetén a kard elfordulásának szöge.



13. Kép: Jómagam felsőütése esetén a kardelfordulás szöge.

A képek alapján jól látható hogy a kard nagyjából 90°-ot fordul el egy ilyen felső ütés folyamán, valamint az is, hogy a kardot nagyjából 110-130 fokos szögből indítjuk.

1.4. Konklúzió a számításokból és a mérésekből

A modell eredményei nem állnak túl távol a valóságtól, persze vannak eltérések, de kiinduló modellnek elég pontos. A modell egyik hiányossága, hogy túl gyorsan tette meg az ütéshez szükséges távolságot, pozitívuma azonban, hogy a szögelfordulást jól modellezi. A különbségek fő okait az elhanyagolások, egyszerűsítések terén lelhetjük, ezen elhanyagolások esetén a modell és a valóság közti eltérés nem mondható túlságosan nagynak, arra, hogy egy elindulási alapot szolgáltasson a témának, ahhoz megfelelő. Mint láttuk, a mérések alapján az átlagos ütésidő, mire a kard az ellenfél arcába ér 0.2 másodperc, ami azt jelenti, hogy megfelelő távolságból indítva az ütés az emberi reakcióidő korlátain belül van (0.25-0.3 sec). Ebből megállapítható annak szükségessége, hogy nem várhatunk csak arra, hogy az

ellenfelünkre reagáljunk, hisz ha elég kicsiny távolságból indítja az ütést, akkor nem leszünk képesek megvédeni magunkat, lehetünk bármennyire jó vívók is.

A kard mozgása során olyan eredményeket tapasztaltam, hogy minél inkább szélesebb az ember fogása a kardon, annál gyorsabban lehet forgatni a kardot, ami azt jelenti, hogy a rövidebb markolathosszal rendelkező vívók hátrányban vannak a hosszabb markolattal rendelkezőkhöz képest. Persze ennek testi korlátai vannak, hiszen egy idő után a hosszabb markolat már csak akadályozza és lassítja az embert, azonban erről lehetne további kutatásokat kezdeményezni, az optimális markolathosszra vonatkozólag.

A modell számításai alapján a gravitációs tényező a jelen modellben elhanyagolható a többi erőhatáshoz képest, azonban mivel még nem számoltam a test egyéb mozgásformáival, ezért lehetséges, hogy ez csak az egyszerűsítések következménye.

Ezen téma további kidolgozása során lehet arra törekedni, hogy az emberi testet, mint mechanizmust vesszük figyelembe, és így az egész test szerepel a mozgásban, a vállöv és a törzs mozgása is megjelenik. Vagy ki lehet térni arra, hogy melyik alapfeltételezés mennyire helytálló, miket kell módosítani egy jobb modell és pontosabb eredmények eléréséhez.

2. A Hosszúkard ütközése

2.1. Bevezetés

Ebben a fejezetben azzal fogok foglalkozni, hogy hogyan tudjuk két kard ütközését egyszerűen modellezni, milyenek lesznek a sebességeloszlások az összeütés után.

2.2. Alapfogalmak

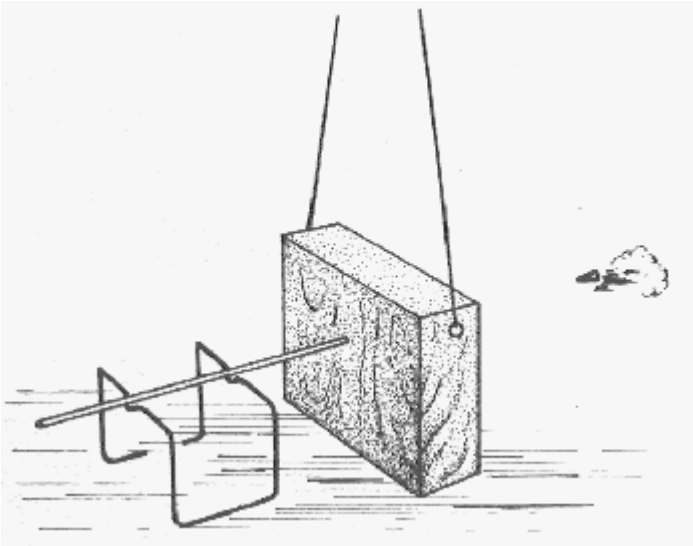
2.2.1. Ütközés

Ütközésnek nevezzük a mechanikában azt a jelenséget, melynél két vagy több, egymáshoz képest mozgó szilárd test kontaktusba kerül egymással. Az ütközésnek pontos, a testek rugalmas és plasztikus tulajdonságaiból kiinduló elmélete igen nehéz, de néhány idealizált esetben egyes kérdések az egyszerű mechanikai formulák alapján könnyen tárgyalhatók.

Az ütközésre jellemző, hogy rövid ideig ható és igen nagy erők szerepelnek. Rendszerint sem az ütközés τ időtartamát, sem az ez alatt m tömegű pontra ható F erőt nem ismerjük. Ezért az $m\dot{v} = F$ dinamikai alapegyenletet célszerű az időben kiintegrált alakjában alkalmazni:

$$mv - mv_0 = \int_0^r F dt \ ,$$

amely azt jelenti, hogy az ütközésnél a tömegpont mv mozgásmennyiségének vagy impulzusának megváltozása egyenlő az erő idő-integráljával, az ún. erőlökéssel (ezt hívják eredetileg impulzusnak). Az erőlökés a mért sebességváltozásból meghatározható, amire gyakorlati alkalmazás például a ballisztikus inga, mellyel lövedékek becsapódási sebességére lehet következtetni.



14. Kép Ballisztikus inga[4]

Az igen nagy ütközési erők mellett az ütközés időtartama alatt a többi erő rendszerint elhanyagolható, s ezért a pontrendszernél fellépő ütközési problémát így lehet megfogalmazni: adva vannak az egyes *m* tömegű, $\underline{v_i}$ kezdősebességgel rendelkező pontok, számítsuk ki az ütközési utáni sebességüket.

2.2.2. Két tömegpont ütközése

Kinematikai szempontból, tetszőleges alakú testeknél az ütközés akkor centrális, ha az érintkezési pontban a két felület közös normálisa, az n ütközési normális egybeesik a két súlypontot összekötő egyenessel. Eszerint két homogén anyageloszlású gömb ütközése mindig centrális. Más szempontból az ütközés egyenes vagy ferde aszerint, hogy az ütközés előtti két sebesség vektora egy egyenesbe esik-e vagy nem.

A két szabad anyagi pont tömege legyen m_1,m_2, sebességük az ütközés előtt v_1, v_2, az ütközés után v_1', v_2'. Mivel ebben a két testből álló rendszerben egyedül számításba veendő ütközési erők belső erők, minden esetben fennáll a teljes impulzus megmaradásának tétele:

$$m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2 \ .$$

Pusztán az előző egyenlet azonban nem elegendő az ismeretlen v_1', v_2'meghatározására, úgyhogy kiegészítő feltevések szükségesek.

---

[4] Kép forrása: http://metal.elte.hu/~phexp/doc/prd/c1s3.htm

2.2.3. *Tökéletesen rugalmas ütközés:*

Az egyik ideális határeset a (tökéletesen) rugalmas ütközés, amely után a rendszer kinetikai energiája ugyanaz marad, ekkor a második egyenlet:

$$m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$$

2.2.4. *Tökéletesen rugalmatlan ütközés:*

A másik határeset a (tökéletesen) rugalmatlan ütközése, amely után a két test sebesség-komponense az ütközési normális n irányában ugyanaz, innen következő második egyenlet:

$$v_{1n}' = v_{2n}' \, .$$

2.2.5. *Valóságos ütközés*

A két határeset közti valóságos ütközéseknél kielégítő elmélet hiányában tapasztalati számmértékek bevezetésére vagyunk utalva. Az ütközés tartamának elején a testek összenyomódnak mindaddig, míg az eredeti $v_{2n} - v_{1n}$ relatív sebesség (az ütközési normális irányban) zérus nem lesz. Ezután az alakváltozás visszaállítása következik: a relatív sebesség iránya megváltozik, de a folyamat végén a tökéletlen rugalmasság miatt $v_{1n}' - v_{2n}'$ relatív sebesség kisebb, mint $v_{2n} - v_{1n}$volt. A tapasztalat szerint a sebességkülönbségek közötti hányados közelítőleg független a sebességektől, és csak az ütköző testek anyagai minőségére jellemző. Ez az ε a visszaállítási vagy ütköztetési együttható; rugalmas ütközésnél ε = 1, rugalmatlan ütközésnél ε = 0. (A mérések szerint pl. acélgolyóknál ε ≈ 0,6, elefántcsontgolyóknál ε ≈ 0,9.)

Az egyenes ütközést a fentiek alapján a rugalmas és a rugalmatlan ütközést is magában foglaló általános esetben így a következő összefüggéssel tudunk számolni:

$$m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2, \quad \text{és} \quad v_1' - v_2' = \varepsilon(v_2 - v_1)$$

E két ismeretlenes elsőfokú egyenletrendszer megoldásából az ütközés utáni sebességek:

$$v_1' = \frac{m_1 - \varepsilon m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{(1+\varepsilon) m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$v_2' = \frac{(1+\varepsilon)m_1}{m_1+m_2}v_1 + \frac{m_2 - \varepsilon m_1}{m_1+m_2}v_2$$

A formulák alkalmazására néhány példa; Nyugvó, igen nagy tömegű fallal való ütközésnél $m_2 = \infty$-nel és $v_2 = 0$-val következik: $v_1' = \varepsilon v_1$. (Tehát pl. acéllapról acélgolyó kb. 60%-os sebességgel pattan vissza.) Egyenlő tömegű golyók rugalmas ütközésnél ($\varepsilon = 1$, $m_1 = m_2$) $v_1' = v_2$, $v_2' = v_1$, a sebességek kicserélődnek.

2.3. A hosszúkard ütközése egy hárítás folyamán

Az előző fejezet során kapott sebesség és szögsebesség értékeket alapul véve megvizsgáltam, hogyha ebben a pillanatban a kard ütközik egy másik eszközzel, amivel csak védekeznek, tehát nem mozog.

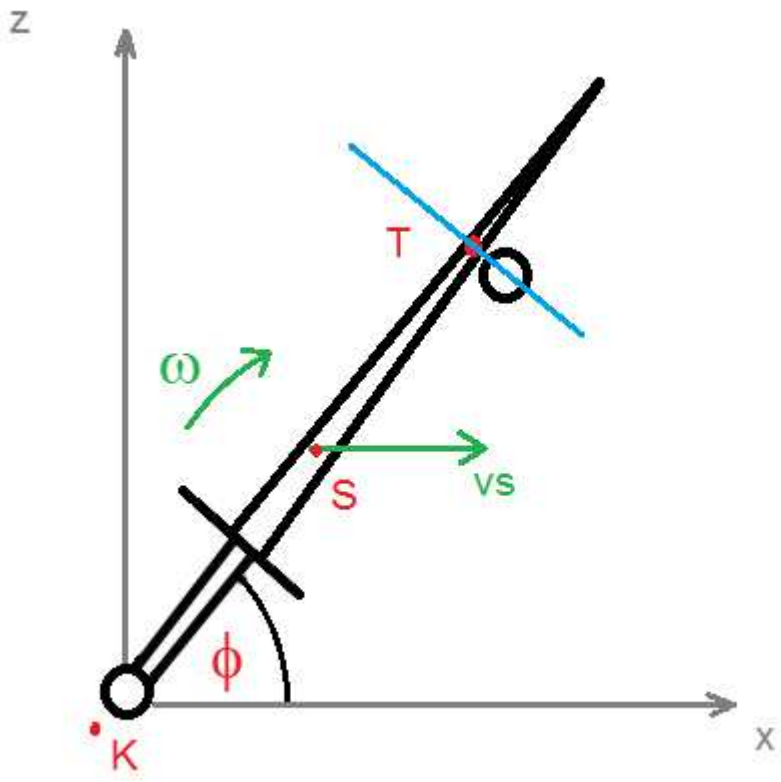
2.3.1. A modell főbb egyszerűsítései

1. A kard függőleges síkban mozog, és az ütközés pillanatában 90 fokos szöget zár be a másik eszközzel,
2. a másik fegyver végtelen nagy súllyal rendelkezik, és sebessége 0 és ezt az eszközt, mint pontszerű tömeget modellezzük

A modell főbb paraméterei, a számításhoz szükséges konstansok:

Megnevezés	**Jelölés**	**Érték**	**Mértékegység**
A súlypont távolsága a keresztvastól	LS	0.075	m
A kard teljes súlya	m2össz	1.66	kg
A másik eszköz súlya	m1össz	∞	kg
Súlyponti tehetetlenségi nyomaték	Θ2sum	0.25	kg m^2
Ütközési talppont távolsága a keresztvastól	T0	0.45	m
Ütközés pillanatában a kard és az x tengely által bezárt szög	ϕ	45	^{0}
Ütközési együttható	k	0.6	-
Ütközés előtti szögsebesség	ω0	10.262	1/s
Ütközés előtt a súlypont sebessége	vs0	7.88	m/s

A paraméterek megválasztása után megrajzoltam az ábrát, ami megmutatja a geometriából fakadó eredményeket., ezen belül pedig meghatároztam az ütközési talppontot, lökésközéppontot, valamint az ütközési talppont sebességét, valamint a redukált tömeget (a redukált tömeget úgy lehet meghatározni, hogy az egy-szabadságfokú rendszer kinetikai energiája egyezzen meg az eredeti modell kinetikai energiájával).



14. Kép Ütközési ábra

Az eredmények táblázatos formában:

Megnevezés	**Jelölés**	**Érték**	**Mértékegység**
Az ütközési lökésközéppont távolsága a súlyponttól	p1	0.39	m
Redukált tömeg	mred	0.85	kg
ütközési talppont sebessége	vT0	9.42	m/s

Miután megvoltak ezek az eredmények a következő lépés az volt, hogy meghatároztam az ütközési talppont ütközés utáni sebességét, valamint az ütközés utáni szögsebességet.

Ezen eredmények táblázatos formában

Megnevezés	**Jelölés**	**Érték**	**Mértékegység**
Ütközési talppont sebessége az ütközés után	vT1	5.65	m/s
Ütközés utáni szögsebesség	ω1	0.85	kg

Ebből már meg tudtam határozni a súlypont szögsebességét, és ezekből pedig az ütközési idő becslésével, amit szintén videó kamerás analízis alapján számoltam. Ebből az adódott, hogy ez az idő kisebb vagy egyenlő mint 1/60 másodperc. Ekkor pedig már meg lehetett határozni a gyorsulás és a szöggyorsulás nagyságát.

A végső eredmények táblázatos formában:

Megnevezés	**Jelölés**	**Érték**	**Mértékegység**
Ütközés közben a súlypont gyorsulása	aü1	296.35	m/s^2
Ütközés közben a szöggyorsulás	βü1	-1792.	$1/ s^2$

2.3.2. Konklúzió

A kapott eredmények megfelelnek az elvárásainknak, a kard nem mozog a valósággal ellentétesen. Továbblépésként ezekből az eredményekből pedig egy későbbi elemzés során szilárdságtani analízissel meg lehet majd határozni a kard feszültségi állapotát.

Egy másik továbbfejlesztési lehetőség az ütközés térben való elhelyezése, és így a sebességek kiszámítása. Bele is kezdtem ebbe a témakörbe, de ennek a témának a részletes elemzése a dolgozat kereteibe már nem fért bele.

3. A Hosszúkard és a feder szilárdságtani tulajdonságai

3.1. Bevezető

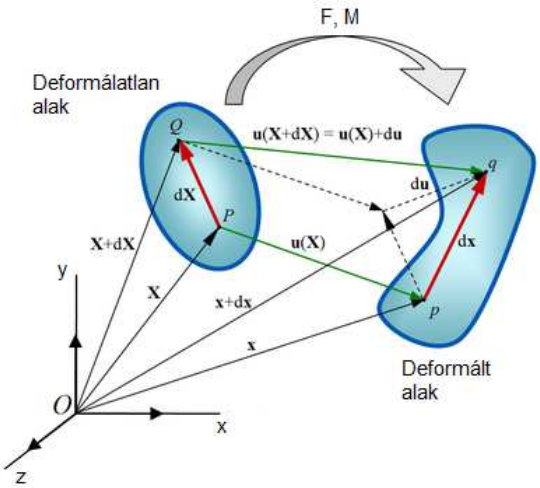
A következő fejezetben a szilárdságtan analitikus és numerikus számításait fogom alkalmazni a vívás világában. Hogy miért is hasznos ez? Ezzel választ adhatunk olyan kérdésekre, mint 'miért is szabadvívunk valójában federrel, és miért nem hosszúkarddal?'. Ilyen triviális kérdéseknek is messzemenően bonyolult számítási eszköztár áll a hátterében, mint az a következőekben látható. A fejezetnek nem célja, hogy hajszálpontos szimulációkat és számításokat végezzek, ez egy jó alap azok számára, akik ebben a témában szeretnének kicsit mélyebb jártasságot szerezni.

Fokozatosan elvékonyodó,

3.2. Alapfogalmak

3.2.1. Deformáció

Külső erők hatására a test alakja megváltozhat, ezt az alakváltozást deformációnak nevezzük. Az általános alakváltozás leírása igen komplikált (elasztikus anyagok, hiperelasztikus anyagok, plasztikus anyagok, elasztoplasztikus anyagok...), ezért különféle anyagtípusokhoz különfajta anyagtörvényeket definiálunk.



15. Kép Deformáció főbb összefüggései,összetevői[5]

[5] Kép forrása: http://en.wikipedia.org/wiki/Finite_strain_theory->kép

3.2.2. *Hooke-törvény*

A Hooke-törvény a lineáris-rugalmas anyagok anyagtörvénye, mely azt mondja ki, hogy a test deformációja arányos azokkal az erőkkel, amelyek az alakváltozást okozzák. A teljes Hooke törvény:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{E}{1+\nu}\left(\underline{\underline{\varepsilon}} + \frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon_I \underline{\underline{I}}\right)$$

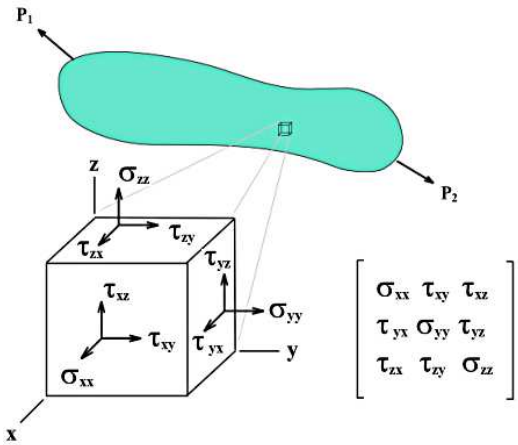
ahol: $\underline{\underline{\sigma}}$ a feszültségi tenzor, E a rugalmassági modulus, ν a Poisson tényező, $\underline{\underline{\varepsilon}}$ a relatív nyúlás tenzor, ε_I a relatív deformáció tenzor nyoma, kiszámításának módja:

$$\mathrm{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z,$$

$\underline{\underline{I}}$ pedig az egységtenzor. A rugalmassági modulus, valamint a relatív nyúlás tenzor a későbbiekben kifejtésre kerül.

3.2.3. *Mechanikai feszültség*

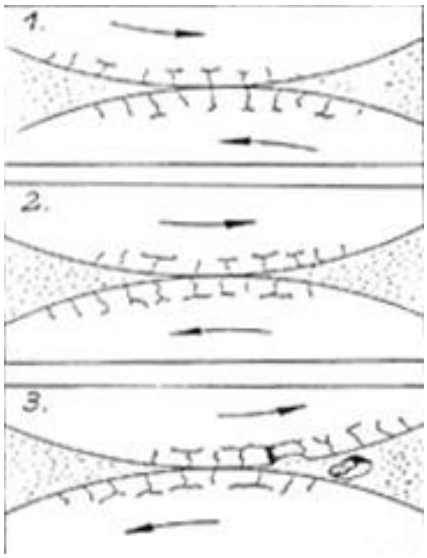
A külső alakváltoztató erők hatására a testben rugalmas erők ébrednek, melyek a deformáció ellen hatnak. Vegyünk példaként egy elemi térfogatot. A test deformációja során ezen térfogatelem is deformálódik. Ezen deformáció oka nem a testre ható külső erő, hanem a térfogatelem határfelületén fellépő felületi erők. Ez jól látható olyan helyzetekben, ahol ezek a feszültségek nem a test felületén érik el a maximumot, hanem annak belsejében, és így jön létre a törés.



16. Kép Feszültség tenzor és elemei[6]

[6] Kép forrása: http://hu.wikipedia.org/wiki/Mechanikai_fesz%C3%BClts%C3%A9g

Jó példa erre a pitting, ami a gördülőcsapágyak esetén tapasztalható ez a jelenség, és úgy jön létre, hogy a felszín alatt alakul ki a maximális csúsztatófeszültség, és ennek hatására pattog le a csapágy felülete (lásd ábra). Ezeket a belső erőket a test határfelülettel határos tartománya fejti ki a térfogatelemre.



17. Kép Pitting folyamata[7]

Az erők és a felületek között fennálló arányossági tényezőt nevezzük mechanikai feszültségnek (jele σ). A feszültségi tenzor alakja:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

3.2.4. Relatív/fajlagos nyúlás

A hosszú, állandó keresztmetszetű rúd húzóerő hatására megnyúlik. A deformáció mértékéül a fajlagos nyúlást használjuk. Kiszámításának módja:

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

ahol L_0 a rúd deformáció előtti hossza, L a deformáció utáni hossz. A rúd egy pontjában a fajlagos nyúlás a fenti hányados határértéke, ha az L hossz tart nullához:

$$\varepsilon = \lim_{L \to 0} \frac{\Delta L}{L}$$

Egy tetszőleges alakú testre, melyen alakváltozás lép fel, elmozdulásmezőt definiálunk. Az elmozdulásmezőt $\underline{u}$ -val jelöljük, ami vektormennyiség, összetevői:

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}$$

Az elmozdulások nagysága függ a térbeli pozíciótól, és iránytól, így a fajlagos nyúlás értéke is függ a mérés térbeli irányától. Ha megvizsgáljuk ezen elmozdulásoknak az

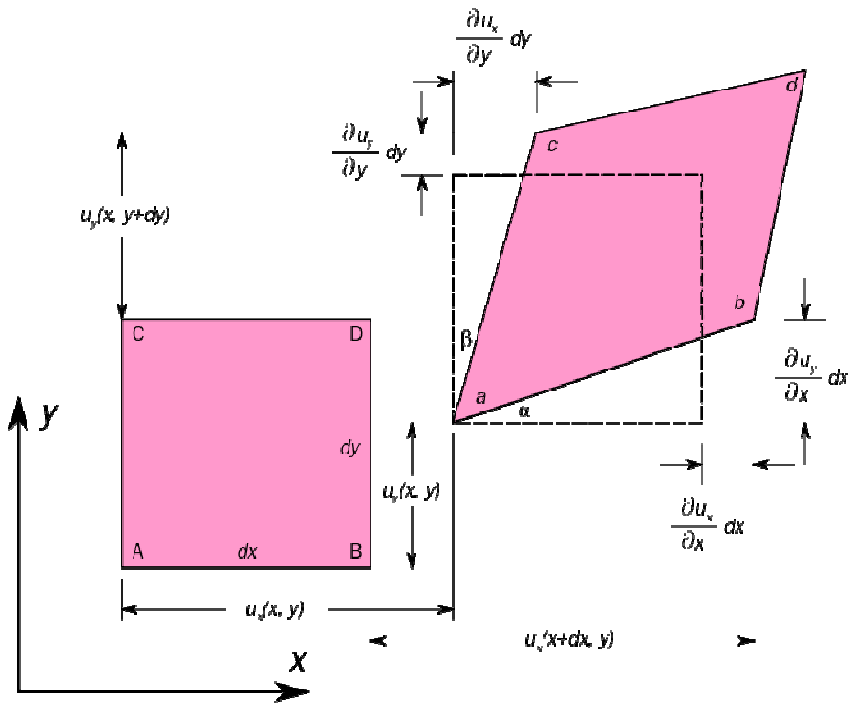
[7] Kép forrása: http://www.versenytuning.hu/blog/akademia/kenestechnikai-alapok-faradasos-kopas-pitting/

irányfüggését, akkor arra jutunk, hogy az általunk kijelölt koordinátatengelyek mentén meghatározható a fajlagos nyúlás. Ezen az úton az egyes irányokban következő képletekhez jutunk:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x};\ \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y};\ \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z};$$

ahol ε_i az i tengely irányába vett fajlagos nyúlás, $\frac{\partial u_i}{\partial i}$ pedig az elmozdulásmező i irányba vett parciális deriváltja egy tetszőleges pontban.

A nyírási fajlagos nyúlás meghatározásához vegyük a következő ábrát, amely egy tetszőleges síkdeformációt mutat be:



18. Kép Tetszőleges alakváltozás esetén a deformáció főbb tényezői[8]

A nyírási fajlagos nyúlás úgy adható meg, mint AC és AB szakaszok szögeinek megváltozása. Definíció szerint: A γ nyírási fajlagos nyúlás két egyenes által bezárt szög változásának és a terheletlen állapotban mért szög viszonyának határértéke, képlettel:

$$\gamma_{xy} = \alpha + \beta$$

Az ábra alapján ez:

[8] Kép forrása: http://en.wikipedia.org/wiki/Deformation_%28mechanics%29

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{\partial u_y}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u_x}{\partial x}} \qquad \tan(\beta) = \frac{\frac{\partial u_x}{\partial y}}{1 + \frac{\partial u_y}{\partial y}}$$

Kis elmozdulások esetén nevezők értékei 1-hez tartanak, mivel $|\frac{\partial u_i}{\partial i}| \ll 1$, , valamint kis elfordulások esetén $\tan(\alpha)$= α, valamint $\tan(\beta)$= β, így:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$$

Hasonlóan az előzőekhez, a többi tengely esetén:

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x};\ \gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y};$$

A lineáris és nyírási fajlagos nyúlás fenti jelölései segítségével felírható az alakváltozási tenzor:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\nabla_{\mathrm{i}}\mathrm{u_j} + \nabla_{\mathrm{j}}\mathrm{u_i}\right)$$

Behelyettesítve a hagyományos jelölést a tenzoros jelölésbe, az alábbi írható Descartes-koordinátarendszerre:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

3.2.5. Egyszerűsített Hooke-törvény

A szakdolgozatban az egyszerűsített Hooke-törvényt használom, mivel a modellen a későbbieken látható módon csak egyirányú feszültség jelentkezik. Képlettel leírva:

$$\sigma_x = \varepsilon_x E$$

ahol σ_x az x irányú feszültség, ε_x pedig az x irányú relatív nyúlás.

3.2.6. Rugalmassági modulus

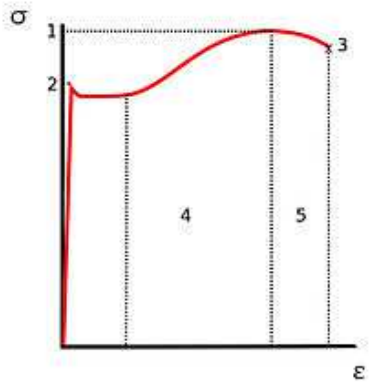
A rugalmassági modulus vagy más néven Young- modulus egy anyagra jellemző állandó, mely az adott anyag merevségéről ad információt. Minél nagyobb ez a paraméter,

annál nagyobb az adott anyag merevsége. Jele: E Néhány tipikus anyag rugalmassági modolusa: $E_{\text{üveg}} = \sim 72$ GPa, $E_{acél} = 190 - 210$ GPa, $E_{gyémánt} = 1000 - 1200$ GPa. Mi is az a GPa? 1 GPa megegyezik 10^9 Pa-lal, ami a következőképp írható le. Mivel 1 Pa 1 N nagyságú erő terhelésének megoszlása 1 m^2-en, így vegyük a következőt: 1 m^2 alapterületű 1 m magas vízoszlop súlya ~10^3 kg. ez súlyként ~10^4 N erőt eredményez. Tehát 1 GPa nyomás ezek alapján akkora, mint egy 10^5 méter vízoszlop terhelése. A Föld legmélyebb pontjának, a Marianna ároknak a mélysége ~10^4 m, ez ennek tízszerese.

3.2.7. Folyáshatár

A folyáshatár az a tiszta húzás esetén fellépő feszültség, amikor az anyag kilép a tiszta elasztikus (lineárisan rugalmas) deformáció tartományból, és plasztikusan deformálódni kezd, ezt nevezik maradandó alakváltozásnak is. Egy kis széntartalmú acél esetén az alábbi ábra szerint ez a feszültséghatár a 2. ponttal jelölt állapot. Jelölése: σ_Y

Tipikus értéke acél esetén: 250-700 MPa



19. Kép: Acél szakítási diagramja [9]

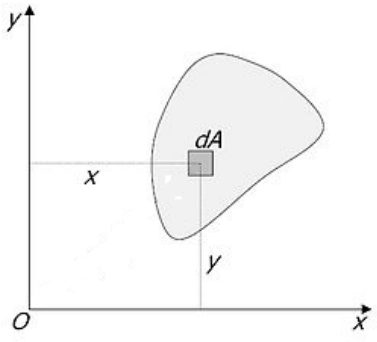
3.2.8. Szakítószilárdság

Ez az a legnagyobb feszültség, ami az anyagban megjelenhet tartós terhelés mellett. Tipikus értéke acél esetén: 400-900 MPa

[9] Kép forrása: http://hu.wikipedia.org/w/index.php?title=F%C3%A1jl:Stress_v_strain_A36h.jpg&filetimestamp=20070428033512

3.2.9. Másodrendű nyomaték

A másodrendű nyomaték a síkidom jellemzője, melyet az adott keresztmetszetű rúd hajlítással szembeni ellenállásának számítására használnak.



20. Kép: Másodrendű nyomaték

Számítási módja:

$$I_x = \int_A y^2 dA \qquad I_y = \int_A x^2 dA$$

ahol I_x az adott keresztmetszet x tengelyre számított másodrendű nyomatéka.

3.2.10. Rúd

A szilárdságtanban rúdnak nevezzük az olyan testet, amelynek egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik kettő.

3.2.11. Egyenes rúdban ébredő feszültségek

Egyenes rúdban egyenes hajlítás és nyírás esetén (a hajlítás akkor egyenes, ha a hajlítás tengelye egybeesik a keresztmetszet valamelyik súlyponti főtengelyével) a feszültség eloszlást a rúd egy pontjában Navier egyenlet írja le:

$$\sigma_x = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{A}} + \frac{M_{hy}}{I_y} z$$

ahol: F az aktuális pontban a terhelő erő, A a keresztmetszet, M_{hy} a hajlító nyomaték y komponense, z pedig a zérusvonaltól való távolság.

3.2.12. Rugalmas szál differenciálegyenlete

Rugalmas szálnak a rúd alakváltozott súlyvonalát (ahol a súlyvonal a a keresztmetszetek súlypontjait összekötő görbe) nevezzük, ennek hossza az alakváltozás során nem változik. A hajlítást leíró görbe a $w(x)$ függvény, mely összefüggéssel megadva:

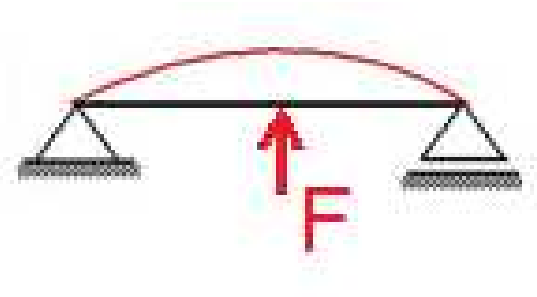
$$w'' = \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} = -\frac{M_{hy}}{I_y E}$$

Ahol M_{hy} a hajlító nyomaték y komponense, I_y a keresztmetszet másodrendű nyomatéka, E pedig a rugalmassági modulus. Az integrál képletet kifejtve a következő összefüggéshez jutunk:

$$w(x) = \iint_S \frac{M_{hy}}{I_y E} dxdx + c_1 x + c_2$$

ahol a C_1 és C_2 konstansokat a peremfeltételekből tudjuk meghatározni, S pedig a rúd terheletlen súlypontvonala.

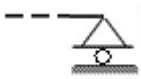
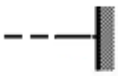
Például, ha egy egyenes prizmatikus, állandó keresztmetszetű rudat a két végén csuklóval befogunk, és középen F erővel megterheljük, akkor a rúd alakjára egy félszinusz függvényt fogunk kapni.



21. Kép: Rugalmas szál alakja

3.2.13. *Befogások*

A következőkben a befogások fajtáit, valamint a hozzájuk tartozó jelöléseket részletezem:

Befogás fajtája	Rajz
Szabad vég	
Görgős rögzítés	
Csuklós befogás	
Merev befogás	

3.2.14. *Kihajlás*

Euler meghatározta a kritikus törőerő nagyságát arra az esetre, ha a törőerő által okozott nyomófeszültség kisebb, mint a rúd anyagának folyáshatára, más szóval, ha rugalmas kihajlás

esete forog fenn. Az előző differenciálegyenlet megoldása során, kifejezve a kritikus törőerő nagyságot:

$$F_{krit} = \frac{\pi^2}{l_r} IE$$

ahol: I a keresztmetszet másodrendű nyomatéka, E a Young modulus l_r a redukált hossz, melynek kiszámítási módja

$$l_r = \mu l$$

Ahol l a rúd hossza, μ pedig a befogásból adódó korrekciós tényező. Ez a korrekciós tényező különböző befogások esetén:

Megfogás típusa	Rajzolva	μ értéke	Megfogás típusa	Rajzolva	μ értéke
Csukló-csukló		$\mu = 1$	Merev- görgős (elfordulásmentes)		$\mu = 1/2$
Merev-szabad		$\mu = 2$	Félszabad-görgős (elfordulásmentes)		$\mu = 1$
Merev-csukló		$\mu = 1/\sqrt{2}$	Félszabad - csukló		$\mu = 2$

3.3. Hosszúkard és feder terheléses vizsgálata analitikus számolással

Ebben a fejezetben két általunk használt eszköz, a feder és a hosszúkard egyszerűsített szilárdságtani tulajdonságait hasonlítom össze. A kardok modelljeit úgy építettem fel, hogy a két fajta eszközhöz felhasznált fém mennyisége egyezzen meg. Főbb paramétereik:

Megnevezés	**Jelölés**	**Érték**	**Mértékegység**
Pengehossz	L4	0.95	m
Fém sűrűsége	ρvas	7800	kg/m3
Young-modulus	EE	200	GPa
Törési feszültség	σxmax	400	MPa
Gyémánt alakú keresztmetszet legnagyobb hossza (y tengely)	Hgy1	0.035	m
Gyémánt alakú keresztmetszet legkisebb hossza (y tengely)	Hgy2	0.015	m
Gyémánt alakú keresztmetszet legnagyobb vastagsága (z tengely)	Vgy1	0.007	m
Gyémánt alakú keresztmetszet legkisebb vastagsága (z tengely)	Vgy2	0.002	m
Téglalap alakú keresztmetszet legnagyobb hossza (y tengely)	Htg1	0.035	m
Téglalap alakú keresztmetszet legkisebb hossza (y tengely)	Htg2	0.015	m
Téglalap alakú keresztmetszet legnagyobb vastagsága (z tengely)	Vtg1	0.0035	m
Téglalap alakú keresztmetszet legkisebb vastagsága (z tengely)	Vtg2	0.001	m

3.3.1. A modellek alapfeltevései:

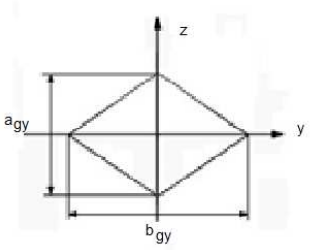
A kard és a feder egy *homogén*, valamint *izotróp* test.

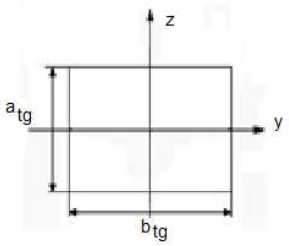
Homogén test; egy testet homogénnek tekintünk, ha a fizikai tulajdonságai a térben változatlanok. Példa: a kard pengéjének sűrűségét állandónak tekintem.

Izotróp; egy testet izotrópnak tekintünk, ha fizikai tulajdonságai irányfüggetlenek. Példa: a kard alapjául szolgáló fémről azt feltételezzük, hogy bármely irányban terhelve ugyanazzal a rugalmassági modulussal rendelkezik.

3.3.2. *Másodrendű nyomaték számítás:*

A számolásokhoz meg kellett határozni a szükséges keresztmetszetek másodrendű nyomatékát. Én kétfajta egyszerűsített keresztmetszetet használtam, a gyémánt alakú keresztmetszetet, és a téglalap alakú keresztmetszetet.





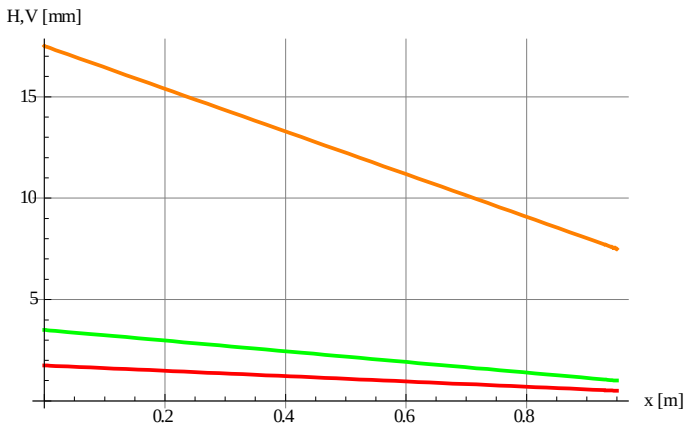
E keresztmetszetek másodrendű nyomatékai: (a számítások levezetését Scholler III dolgozatomban láthatod, [10])

$$I_{ygy} = \frac{a_{gy} b_{gy}^{\ 3}}{48}; \qquad I_{zgy} = \frac{b_{gy} a_{gy}^{\ 3}}{48}; \qquad I_{ytg} = \frac{a_{tg} b_{tg}^{\ 3}}{12}; \qquad I_{ztg} = \frac{b_{tg} a_{tg}^{\ 3}}{12}$$

A modellben ezen keresztmetszetek paraméterei(vastagság) a hossz mentén változtak, így a következő képletekhez jutottam:

$$a_{gy} = V_{gy1} - \frac{V_{gy1} - V_{gy2}}{L4} x; \qquad b_{gy} = H_{gy1} - \frac{H_{gy1} - H_{gy2}}{L4} x$$

$$a_{tg} = V_{tg1} - \frac{V_{tg1} - V_{tg2}}{L4} x; \qquad b_{tg} = H_{tg1} - \frac{H_{tg1} - H_{tg2}}{L4} x$$



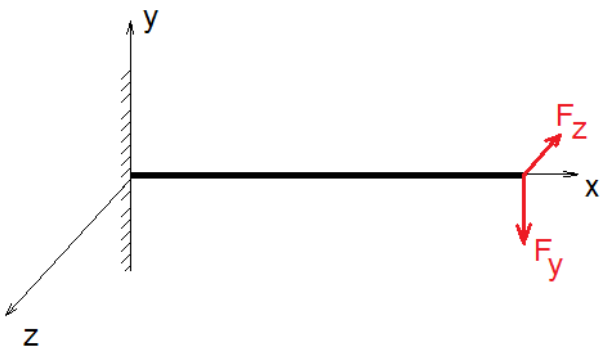
22. Kép: Keresztmetszetek paraméterei; A zöld vonal a hosszúkard-, a piros a feder-rövidebbik, a narancs pedig a feder és a hosszúkard közös vastagabbik hossza mm-ben.

---

[10] Másodrendű nyomatékok forrása: http://www.arsensis.hu/

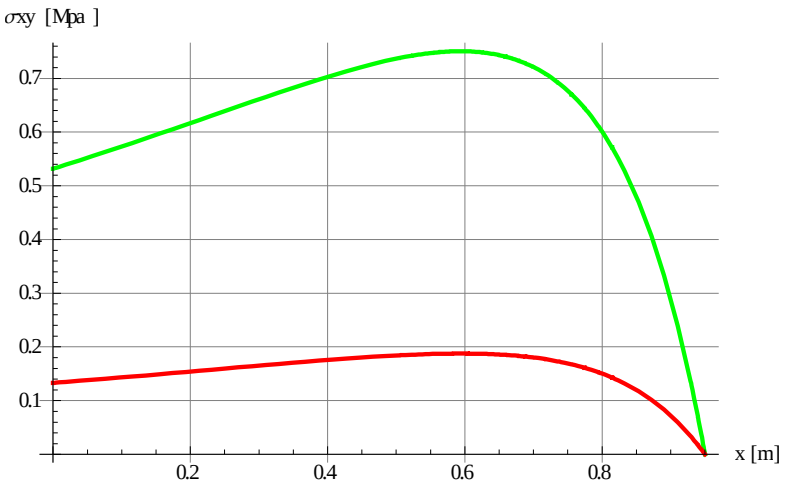
A keresztmetszetek paramétereinek megválasztásánál fő szempont volt az, hogy a keresztmetszetek nagysága megegyezzen, így a két eszközhöz felhasznált fém mennyisége azonos, és így lehet ezzel kapcsolatban állításokat és eredményeket felmutatni. Egy tetszőleges formájú federt és hosszúkardot nem volt célom összehasonlítani, hiszen ekkor nincsen összehasonlítási alap, amiből ki lehet indulni.

A következő lépésben azt vizsgáltam, hogy ha 1 kg súlyt akasztunk a feder, illetve a hosszúkard végére y, vagy z irányban, akkor hogyan alakul a feszültség és a lehajlás. Ennek a haszna a következőképpen mondható meg: így egy összeütés során lehet arra következtetni, hogyha a kardot a vége felé találják el, hol lesz a feszültséggyűjtő pont. Modellként egy egyszerű rudat használtam merev befogással, és szabad véggel, amit F erő terhel.



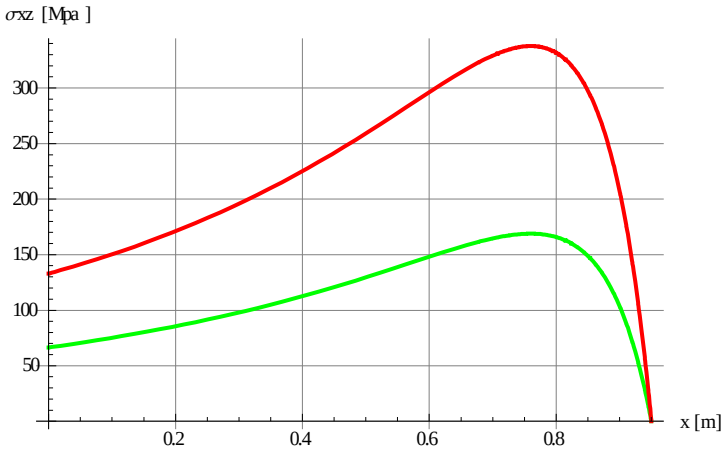
23. Kép: A modell vázlata

Magából a nyíróerőből adódó feszültség igen kicsi volt ezért el lehetett hanyagolni (~0.1%). Így a következő eredmények születtek.



24. Kép: Az y tengely irányú feszültségek megoszlása a rúd mentén

Az ábrán a feszültség eloszlása látható abban az esetben, ha a merevebbik (y tengely) irányban terhelünk. A zöld vonal a hosszúkard, a piros pedig a feder feszültségeloszlását mutatja.



25. Kép: A z tengely irányú feszültségek megoszlása a rúd mentén

Ezen az ábrán pedig a feszültség eloszlása látható abban az esetben, ha a lágyabbik (z tengely) irányban terhelünk. A zöld vonal a hosszúkard, a piros pedig a feder feszültségeloszlását mutatja.

A maximális feszültség helye, és értéke táblázatos formában:

Eszköz	**Melyik tengely irányában terheltünk?**	**Maximális feszültség helye [m]**	**Maximális feszültség értéke [MPa]**
Feder	y	0.59	0.75
Hosszúkard	y	0.59	0.38
Feder	z	0.76	168.89
Hosszúkard	z	0.76	337.78

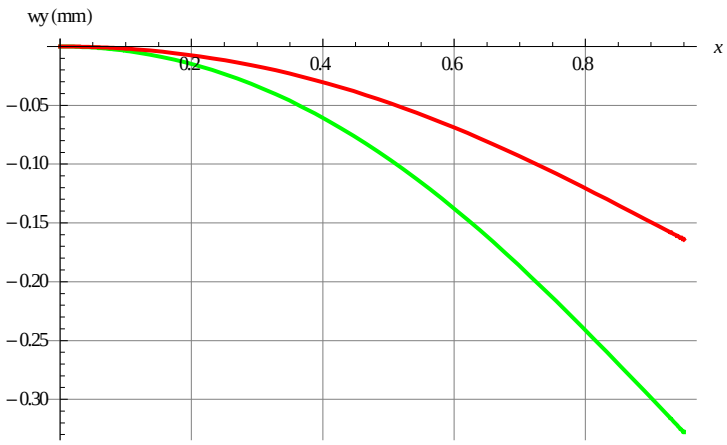
3.3.3. Konklúzió

Az ábrák alapján jól látható, hogy a nagyobb feszültség z tengely irányú terhelés esetén valósul meg, ahogyan ez várható, hisz ebben az irányban vékonyabban az eszközök, valamint a federben majdnem kétszer akkora feszültség fog ébredni, mint a hosszúkardban ebben az irányban, viszont a másik irányban a hosszúkardban lesz nagyobb a feszültség.

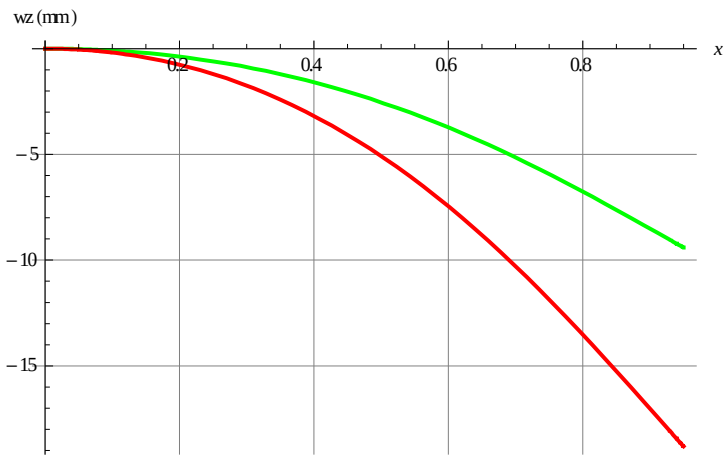
Ezek után a lehajlást számoltam ki mindkét eszközre, y és z irányú terhelésre egyaránt. Ehhez szükség volt két peremfeltételre a differenciálegyenlet megoldásához, ami abból következett, hogy a kard keresztvasánál az elmozdulás és az elfordulás 0.

$$w(0) = 0; \qquad w'(0) = 0$$

így a lehajlásokra a következőt kaptam:



26. Kép: A diagramon a lehajlás látható mm-ben y irányban, piros színnel a feder, zöld színnel a hosszúkard.



27. Kép A diagramon a lehajlás látható mm-ben z irányban, piros színnel a feder, zöld színnel a hosszúkard.

Ezek alapján jól látható, hogy a feder egy esetleges összeütés folyamán jobban ki fog hajolni z irányban mint a kard, ennek köszönhető az a jelenség, amit a federvívók gyakran tapasztalnak, hogy lappal történő ütés esetén igaz, hogy a másik véd, az eszköz azonban annyira meghajlik, hogy a vége eltalálja a másik vívót. A másik irányban a hosszúkard hajlik ki jobban, ami elsőre meglepőnek hathat,azonban az ábra alapján jól látható, hogy ezen kihajlás nagysága 2 nagyságrenddel kisebb, mint a másik irányé, tehát ez a deformáció nagyjából elhanyagolható.

Ezek után kíváncsi voltam arra, hogy mekkora terhelést bírnak ki a kardok, ha csak a végénél terheljük őket. Mivel már tudjuk a maximális terhelés helyét, ezért ebből meg lehetett határozni, mekkora erő esetén éri el a kard a törési feszültséget.

Az eredmények táblázatos formában:

Eszköz	**y irányú terhelés [N]**	**z irányú terhelés [N]**
Feder	2131.58	1.18421
Hosszúkard	532.9	2.36842

Ezen adatok jól tükrözik azt a jelenséget, amit a gyakorlatban szinte mindennap tapasztalhatunk, ha kardot fogunk a kezünkbe: az eszközök egyik irányú merevsége jóval nagyobb, mint a másik irányú merevsége, és ha esetleg az eszközünk eltörik, akkor valószínűsíthető az, hogy z irányú terhelésnek volt kitéve az eszköz. Újabb példa a federvívás világából: ha megtekintjük egy hosszabb ideje federt használó vívó eszközét, akkor a pengét megvizsgálva gyakran láthatunk elhajlásokat a z tengely irányában. Ez azt jelenti, hogy a penge már többször elérte a folyáshatár értékét, a folyáshatár pedig egyenesen arányos a

töréshatárral. Ennek folyamán az anyag folyamatosan merevedik, és ezáltal valószínűsíthető, hogy a dinamikus terhelés hatására az eszköz előbb vagy utóbb, de el fog törni. Hosszúkardoknál ilyet ritkán látunk, de az is igaz, hogy ezek az eszközök ritkábban vannak kitéve ekkora terhelésnek (pl. Fiore - rendesen megütött fendente, a mi vívóiskolánk szerint).

3.4. Hosszúkard és feder kihajlásra való vizsgálata analitikus módon

A kihajlás vizsgálata folyamán csak a z irányú kihajlást vizsgáltam, mivel számunkra ez a fontos, a másik irányra a merevsége miatt nem jellemző a kihajlás. A keresztmetszet x-től való függését meg kellett szüntetnem, ezért egy átlagos másodrendű nyomatékot határoztam meg.

Eszköz	**Átlagos másodrendű nyomaték z irányban: [m^4]**
Feder	3.67×10^{-11}
Hosszúkard	7.33×10^{-11}

Ezek után meghatároztam azt a kritikus erőt, ami hatására megtörténik a kihajlás. A korábban már bemutatott modellek alapján μ értékére 2-t választottam, mivel nekünk egy félszabad-görgős megfogásunk van, hiszen egy szúrás esetén az eszköz alja elmozdulhat, a végpontja viszont csak elfordulásra képes.

Eszköz	**Fkrit [N]**
Feder	160.34
Hosszúkard	320.67

3.4.1. Konklúzió:

A feder jóval könnyebben kihajlik, ami alkalmasabbá teszi a szabadvívások során történő alkalmazásra, hiszen így kevésbé tudja átszúrni a maszkot, ha ugyanezt kardokkal szeretnénk megtenni, az igen veszélyes lenne, hiszen jó kétszer akkora terhelést kellene a maszknak megfognia, és még federek használata esetén is láthatunk behorpadt maszkokat. Persze ez azzal a veszéllyel is jár, hogy a feder kihajlások során eljut a folyáshatár tartományába, és ezzel egy dinamikus terhelésnek van kitéve, ami előbb vagy utóbb az eszköz törésével jár.

4. Összefoglalás

A szakdolgozatban összefoglaltam azokat a legfontosabb egyszerű mechanikai összefüggéseket, amivel el lehet indulni egy igényes modellezési folyamat során. A pontos meghatározás után modelleket dolgoztam ki a kard egy-egy meghatározott problémájára. A modellek során olyan elhanyagolásokkal éltem, melyek szükségesek voltak a témakörök egyszerű tárgyalásához, valamint az eredmények egyszerű meghatározásához. Ezen modellek megalkotása igen körülményes volt, hiszen egy jó modell fő tulajdonsága hogy egyszerű, és egy olyan modellt találni, amelyik egyszerűen leír egy bonyolultabb problémát, nos ez nem túl könnyű, de sikerült. A modellekből egy matematikai program segítségével kinyertem ezeket az adatokat, majd az eredményeimet mérésekkel hasonlítottam össze egyes esetekben, és ezek azt mutatták, hogy a szimuláció paramétereit jól megválasztva a modellek a valósághoz képest kellően pontos eredményekkel szolgálnak.

A dolgozat készítése közben jó pár témán belül fedeztem fel olyan továbblépési lehetőséget, mellyel a későbbiek során érdemes foglalkozni, azonban ezen modellek sokszor már igen bonyolult matematikai háttértudást igényelhetnek, így egy széles körben nehezen prezentálhatóak.

Ilyen továbblépési lehetőség például az első fejezet folytatásaként az, ha a felső ütés vizsgálata során az ember a teljes emberi test mozgását viszi figyelembe, és az izmok munkáját sem egy egyenesnek veszi fel, hanem jóval bonyolultabb, együttesen létrejövő hatásként. Valamint akár egy másik ütéssel is lehet hasonló tudományos alapossággal foglakozni.

Az ütközések témakörön belül magát az ütközést lehet térbelivé tenni azzal, hogy a kard nem szimplán tökéletes 90^0-os ütközést szenved el, hanem ennél jóval bonyolultabb helyzetben történik az ütközés, a kard és az ütközési felület egy szöget zár be, és ez a szög pedig kimutat a síkból.

Összességében azok számára, akik szeretnének kapcsolatot felfedezni a mechanika és a vívás között, azok számára úgy gondolom hogy egy jó alapot szolgáltattam az elindulásra. Másokat pedig remélem nem ijesztettem el attól, hogy egy kicsit belelássanak ezen varázslatos világok találkozásába.

Irodalomjegyzék

DR.ELTER PÁLNÉ: *Szilárdságtan példatár*. Műegyetemi Kiadó. Budapest 2001

DR. HOLICS LÁSZLÓ: *Fizika.* Akadémiai Kiadó, 2009

DR. BUDÓ ÁGOSTON: *Mechanika*. Nemzeti Tankönyvkiadó. Budapest,1979

Ajánlott irodalom:

Mechanikai részek bővebb ismertetéséhez:

DR. BUDÓ ÁGOSTON: Kísérleti Fizika I. Tankönyvkiadó. Budapest, 1968

DR. NAGY KÁROLY: *Elméleti mechanika*. Nemzeti Tankönyvkiadó. Budapest, 1993.

Matematikai részek bővebb tárgyalásához:

http://www.math.bme.hu/~szilagyi/tanszek.html