Scholler 3 Dolgozat

ARS ENSIS

Téma:

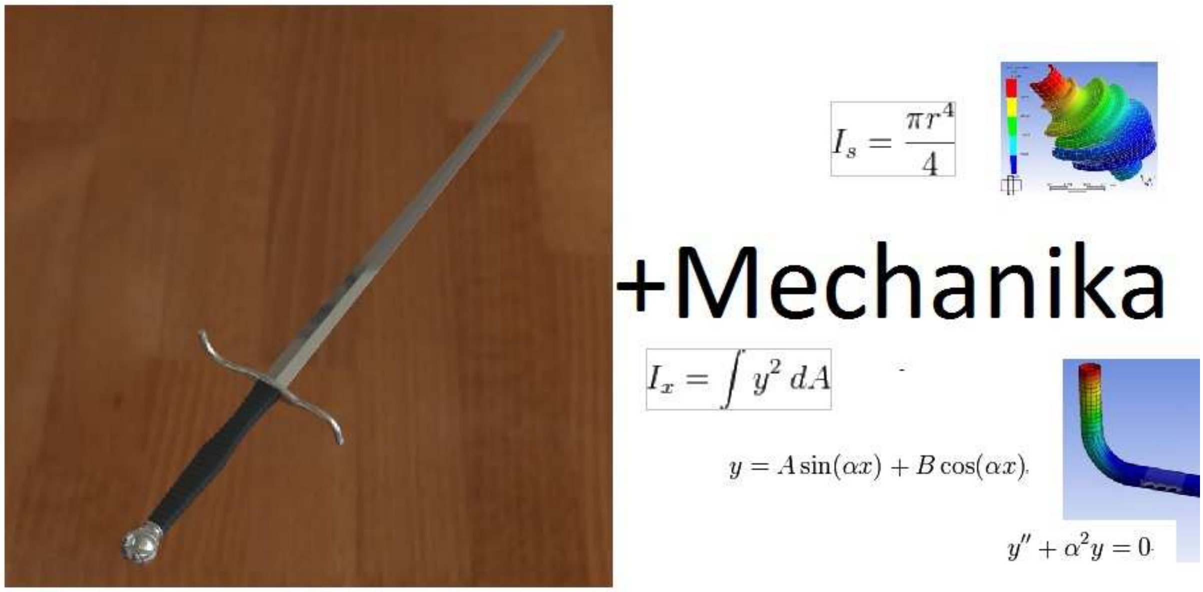
Kardok mechanikai vizsgálata

Készítette: Rádi Ferenc,
BME, Gépészmérnöki Kar,
Msc-Mechanical Modelling tanulója
2012. július. 17

Elfogadta:
Miskolczi Mátyás,
Waldmanné Csabán Mária

A dolgozatom által érintett témakörök:

1. Szilárdságtani vizsgálat
2. Kihajlás
3. Dinamikai, rezgéstani vizsgálat



Mi is ezen dolgozat célja? Miről kaphat képet az olvasó a dolgozat szövegében?
A dolgozatom megírása során be szeretném mutatni azon témaköröket, amelyek ismerete hasznos lehet egy vívó számára, ha a kard mozgását, fő tulajdonságait szeretné mélyebben megismerni. Megmutatom a szilárdságtani, mechanikai alapokat, amik a háttérben működnek, melyek segítségével megérthető a kard mozgása, valamint választ adok néhány olyan egyszerű kérdésre, mint például:

➔ *Miért gyémánt keresztmetszetű a kardunk éle?*
➔ *Miért van téglalap keresztmetszete a federnek?*
➔ *Miért használhatjuk szabadvívásra a federt?*
➔ *Milyen módon rezeg a kardunk?*

A dolgozat során nem térek ki a fizikai modellek levezetésére és bizonyítására. Ha valaki ezek iránt mélyebben elkötelezett, akkor az irodalomjegyzékben felsorolok néhány könyvet ami a témakörök részletes leírásával foglakozik.

1. Fejezet Szilárdságtan

A szilárdságtan területéből a legfontosabb rész a dolgozat számára a gerendaelmélet. Ezen részleg vizsgálata során a meghatározó felfedezések a 17, 18 század folyamán születtek. Ezen tudományterülettel először Leonardo kezdett foglalkozni. A teljes névsor, akik által az alapok kialakultak így mondható el: „*Leonardo-Mariotte-Jacob Bernoulli-Euler-Parent-Navier-Saint Venant*”.Magyarországon főleg két nevet kötünk ezen témához: Bernoullit és Navier-t.

A témakör mélyebb taglalása előtt szeretnék tisztázni néhány fogalmat ami szükséges ezen fejezet megértéséhez:

1. A rúd

A szilárdságtanban rúdnak nevezzük az olyan testet (alkatrészt), amelynek egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik kettő.

2. A rúd deformációjának az alakulása nyírás és hajlítási igénybevétel mellett

A szilárdságtani számolások során a deformáció nagyságának számolására általában az egyszerű Hooke törvényt használjuk. Ez azt feltételezi, hogy az anyag még a folyáshatár alatt van (Az anyagban ébredő legnagyobb feszültség nem haladja meg a folyáshatár értékét).

Az egyszerű Hooke törvény:

$\sigma = E \cdot \varepsilon$, ahol:

s: az anyagban ébredő feszültség

E: rugalmassági modulus

e: a relatív megnyúlás

Az anyagban ébredő **feszültséget** pedig a következő képen lehet meghatározni(hajlítás és nyírás esetén):

$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{Mh}{Iz} \cdot z$, ahol:

N: normál irányú feszültség

A: keresztmetszet

Mh: a hajlító nyomatéknak

z: súlyponttól való távolság

Iz: másodrendű nyomaték, z tengelyre számolva

3. Másodrendű nyomaték

A másodrendű nyomaték a keresztmetszet jellemzője, melyet az ilyen rúd hajlítással szembeni ellenállásának és lehajlásának számítására használnak. Hasonló a szerepe hajlításnál, mint csavarásnál a poláris másodrendű nyomatéknak.

Jelölése: **I** Mértékegysége: [I]=1 m^4

A másodrendű nyomaték kiszámításánál mindig figyelembe kell venni, hogy milyen típusú hajlításnak van kitéve a vizsgált darab. Valamint másodrendű nyomatékot mindig egy adott pontra számítjuk.

Kiszámításának módja az x tengelyre:

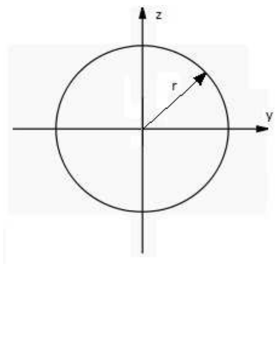
$$I_x = \int y^2 \, dA$$

Mit is jelent ez?

Minél nagyobb az alakzat másodrendű nyomatéka, annál jobban ellenáll a hajlításnak. Ez azt takarja, hogy ugyanolyan területű keresztmetszet megfelelő kialakítással több terhelést bír el.

Például:

Egy egyszerű **kör** keresztmetszet másodrendű nyomatéka:

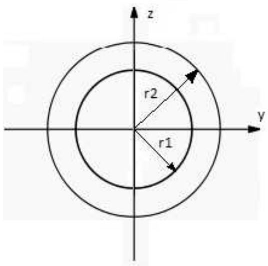


Az ábra alapján a másodrendű nyomaték az y tengelyre, és a súlypontra számolva:

$$I_s = \frac{\pi r^4}{4}$$

ahol: r a kör sugara

Egy **körgyűrű** alakú keresztmetszet másodrendű nyomatéka:



Az ábra alapján a másodrendű nyomaték az y tengelyre, és a súlypontra számolva:

$$I_s = \frac{\pi}{4}\left(r_2{}^4 - r_1{}^4\right)$$

ahol: r_2 a körgyűrű külső sugara, r_1 pedig a körgyűrű belső sugara

Vegyünk egy adott kör keresztmetszetet, a hozzá tartozó terület: $T = r^2\pi$. Vegyünk egy körgyűrűt, melynek külső sugara kétszer akkora mint a kör sugara, térfogatuk pedig legyen megegyező. Vizsgáljuk meg a másodrendű nyomatékok közötti összefüggést

$rk = 2\,r$

$Tk = r^2\pi = Tkgy = (rk - rb)^2\pi$

innen:

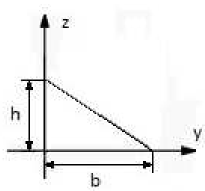
$rb = \sqrt{3}\,r$

Tehát a másodrendű nyomatékok aránya:

$$\frac{Ikgy}{Ik} = \frac{\dfrac{\left(16\,r^4 - 9\,r^4\right)}{4}}{\dfrac{r^4\pi}{4}} = 7$$

A számítások alapján ugyanakkora anyagmennyiségből **hétszer** akkora másodrendű nyomaték jött létre. Azonban persze ezt nem lehetne a végtelenségig növelni, hiszen ezzel párhuzamosan nő az adott anyagban ébredő feszültség.

A későbbiek folyamán még szükségünk van a **derékszögű háromszög** másodrendű nyomatékára:

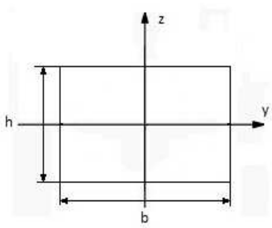


Az ábra alapján a másodrendű nyomaték az y tengelyre, és az origóra számolva:

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

ahol: b a háromszög alapjának hossza, h pedig a háromszög magassága

Valamint a **téglalap** másodrendű nyomatékára:



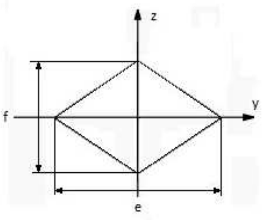
Az ábra alapján a másodrendű nyomaték az y tengelyre, és a súlypontra számolva:

$$I_s = \frac{bh^3}{12}$$

ahol: b a téglalap alapjának hossza, h pedig a téglalap magassága

-Miért gyémánt keresztmetszetű a kardunk pengéje?
-Miért van téglalap keresztmetszete a federnek?
Itt csak a penge keresztmetszetére van szükségünk a vizsgálat folyamán. Egyszerűsítés szempontjából elhanyagoltam a kard hegyét, mivel ez igen komplex problémához vezetne.

A kard gyémánt alakú keresztmetszetének másodrendű nyomatéka:



Az ábra alapján a másodrendű nyomaték az y és z tengelyre, valamint a súlypontra számolva:

$$Iy = \frac{ef^3}{48} \qquad Iz = \frac{fe^3}{48}$$

Ahol: f a kard gerincének vastagsága, e a kard pengéjének szélessége
Nézzük meg ugyanakkora anyagmennyiséget felhasználva (azonos keresztmetszet nagyságú helyzetben, tehát a téglalap magassága f/2), a téglalap alakú keresztmetszetnél:

$$Iy = \frac{ef^3}{96} \qquad Iz = \frac{fe^3}{24}$$

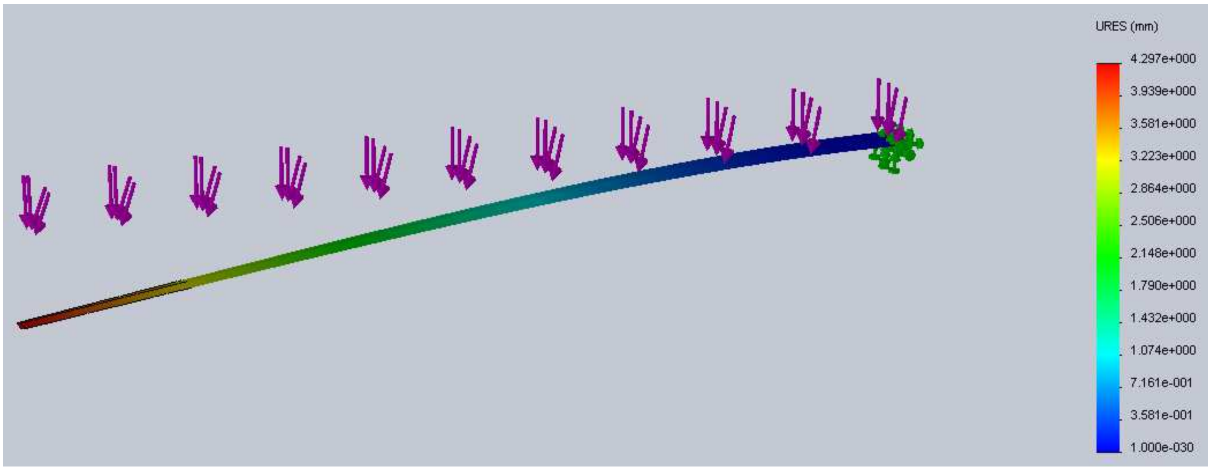
Ebből azt a következtetéseket vonhatjuk le, hogy

- a téglalap alakú keresztmetszet kétszer olyan hajlékony az y tengely irányában, tehát; federek jobban meghajlanak adott terhelés mellett, a kardok jóval kevésbé, szúrás esetén egy jóval merevebb struktúrát kapunk.
- A téglalap keresztmetszetű feder kétszer merevebb a másik tengelyre, ez viszont nem jelent problémát, hiszen a vívás során ezen irányú rezgések kevésbé figyelemreméltóak. Bizonyítás a 3. fejezetben.

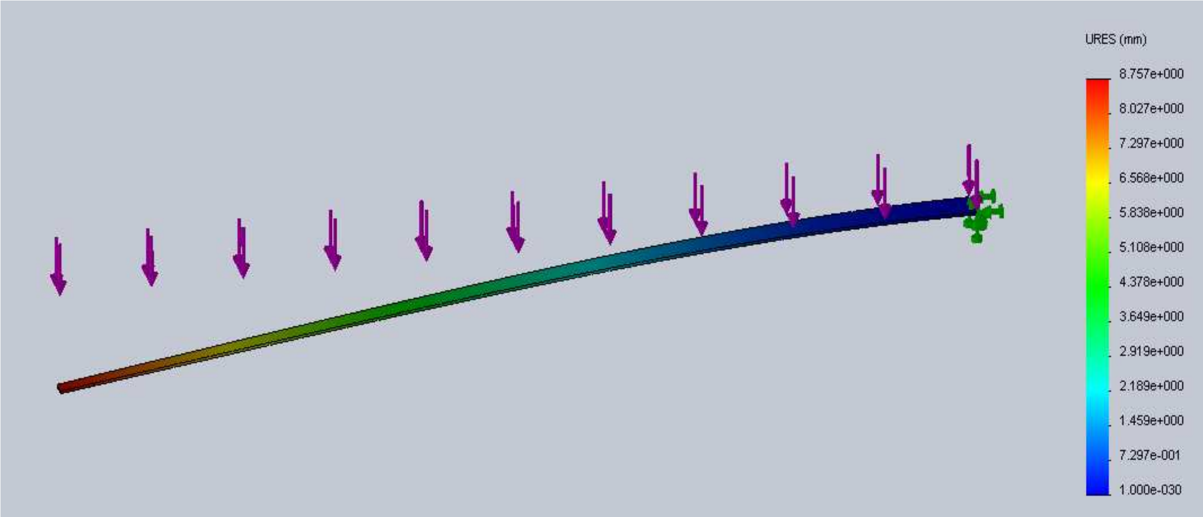
Most nézzük meg a tapasztaltakat a gyakorlatban, néhány egyszerű számítással, a kardok adott erőterhelés melletti lehajlásvizsgálatára:

A szimuláció tulajdonságai, adatok:

ADATOK	Pengehossz (cm)	Pengeszélesség a tőnél/végnél (mm)	Penge vastagsága (mm)	Rugalmassági modulus (GPa)	Poisson tényező (-)	Pengető rögzítése
Hosszúkard	90	35/15	5	210	0.28	befogás
Feder	90	35/15	2.50	210	0.28	befogás



A kard deformációja



A feder deformációja azonos terhelés mellett

Az ábrából látható, hogy azonos terhelés mellett a feder kétszer nagyobb deformációt szenved

Válaszok, konklúzió:

Ugyanannyi fém felhasználásával gyémánt alakú keresztmetszet esetén kétszer akkora merevség érhető el. A kardok összeütközésekor csökken a rezgések amplitúdója (nagysága), ez pedig szintén hasznos, hiszen javul a kardérzék.

De akkor miért is van téglalap alakú keresztmetszete a federnek?

A federnek a legfontosabb célja a biztonság. Egy ilyen eszköz során a legnagyobb veszély abban rejlik hogy az ember átlyukasztja a vívópartnerét. Tehát minél előbb ki kell hajolnia egy szúrás esetén(lásd 2. fejezet). Ezért van ebben az estben a téglalap keresztmetszet.

Összefoglalva:

A hosszúkardok gyémánt alakú keresztmetszetével sokkal jobb tulajdonságok érhetőek el a vívás szempontjából.

2. Fejezet Kihajlás

A kihajlás jelenségének mélyebb értelmezése Leonard Eulerhez fűződik. A kihajlás jelensége a következő:

Ha a rudat összenyomó erő kicsi, a rúd kissé összenyomódik, de egyenes marad. Ha ezt az erőt növeljük, akkor egy bizonyos kritikus értéknél a rúd elgörbül, kihajlik és eltörik. Azt az erőt, amelynél a rúd eltörik, kritikus erőnek nevezik.

Kis erő esetén a nyomott rúd stabil egyensúlyi helyzetben van, mivel ha a rúdra merőleges kis erővel terheljük, a rúd meggörbül, de a merőleges erő megszüntetésével visszatér eredeti helyzetébe.

A kritikus erő elérésekor a kis oldalirányú erő okozta alakváltozás az erő megszüntetése után is megmarad. Ekkor a rúd közömbös (indifferens) egyensúlyi helyzetben van.

Ha a rúd terhelése a kritikus törőerőnél nagyobb, a kitérés addig fokozódik, amíg a rúd eltörik.

A témakör mélyebb taglalása előtt szeretnék tisztázni néhány fogalmat ami szükséges ezen fejezet megértéséhez:

1. A kihajlás alapegyenlete

Euler meghatározta a kritikus törőerő nagyságát arra az esetre, ha a törőerő által okozott nyomófeszültség kisebb, mint a rúd anyagának folyáshatára, más szóval, ha rugalmas kihajlás esete forog fenn. Ebben az esetben felírható a rugalmas szál differenciálegyenlete:

$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{IE}$, ahol: M a rúd egy tetszőleges pontját terhelő hajlító nyomaték

Ezen differenciálegyenlet megoldásakor megkapjuk azt az erőnagyságot amely kritikus kihajlást okoz.

2. A kritikus erő:

$F_t = \left(\frac{\pi}{l_r}\right)^2 IE$, ahol:

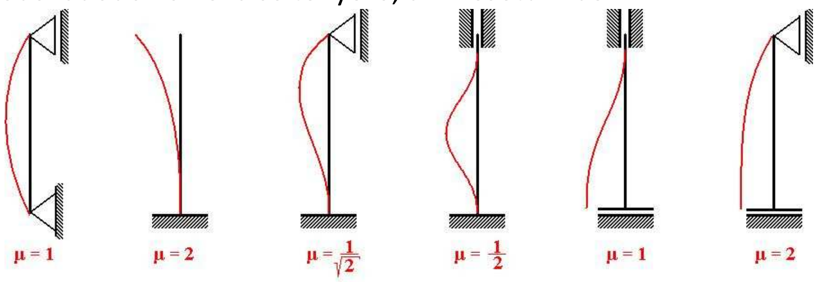
E: rugalmassági modulus

I: másodrendű nyomaték

lr: redukált hossz, kiszámításának módja:

$l_r = \mu l$

ahol m a befogásból adódó korrekciós tényező, a mi esetünkben 2



http://hu.wikipedia.org/w/index.php?title=F%C3%A1jl:Wsp-wyb.JPG&filetimestamp=20070929100119

A kritikus erőterhelés a hosszúkardra, állandó nagyságú gyémánt keresztmetszettel:

$F_t = \left(\frac{\pi}{l_r}\right)^2 IE$=95,44≈100 N

A kritikus erő federre, téglalap alakú, állandó keresztmetszettel:

$F_t = \left(\frac{\pi}{l_r}\right)^2 IE$=47,72≈50 N

Válaszok, konklúzió:

Az alapján, hogy a kardokat alapvetően szúrásra használták, a kardnak nagyobb, a federnek kisebb erő mellett kell kihajolnia, ami teljesül is a számítások alapján.

3. Fejezet Rezgéstan.

A rezgések körülvesznek minket. Mindenki találkozott már a rezgések jó néhány fajtájával. Most azt mutatom be a víváson belül mi lehet számunkra hasznos

A témakör mélyebb taglalása előtt szeretnék tisztázni néhány fogalmat ami szükséges ezen fejezet megértéséhez:

1. Rezgés

A mechanikai rezgés vagy lengés oszcilláló mozgást jelent egy egyensúlyi állapot körül. A rezgés és lengés szavak fizikai tartalma azonos, a magyar köznyelvben a gyors lengéseket rezgésnek szokás mondani, a lassúak a lengések. A testek rezgésével foglalkozó tudomány a lengéstan, de analízisével a rezgésanalízis foglalkozik.

2. Sajátfrekvencia

A sajátfrekvencia az a frekvencia, amivel egy magára hagyott test/rendszer rezgést végez. Sajátfrekvencián való rezgés során a test/rendszer kitérése nagyobb, mint más frekvenciákon. Egy összetett rendszernek több sajátfrekvenciája is lehet, ezek közül azon rezeg, melynek frekvenciájához közeli frekvenciájú gerjesztést kapott. Ha kontinuumként kezeljük az adott testet, akkor végtelen sok sajátfrekvenciája van.

A kard sajátfrekvenciája

A kardunknak sok fajta sajátfrekvenciája létezik, ezek közül a hajlítólengés lesz a fő téma. Ha a karddal megütünk valamit, akkor abban az esetben egy impulzusszerű erő fog megjelenni a kard ütközési pontjában. Mivel a kard egy kontinuum, ezért végtelen sok sajátfrekvencia fog megjelenni egyszerre, azonban az első sajátfrekvencia a meghatározó, ennek lesz a legnagyobb az amplitúdója ezt látjuk.

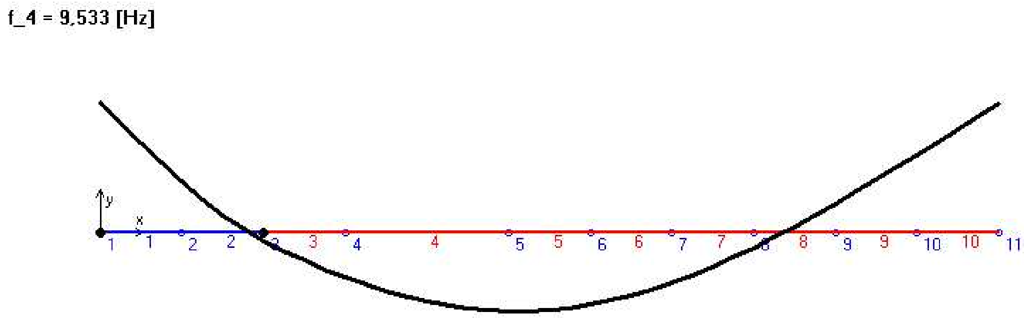
Két véges elem programban végeztem el szimulációkat a sajátfrekvencia kiszámolására, ezeket mutatom most be.

Az első program az MM (BME-Műszaki Mechanika) tanszéken készült program, a tanszék honlapján elérhető(www.mm.bme.hu)(SIKEREZZ2009)

A modell a következő egyszerűsítéseket tartalmazza:

- A kard pengéjének keresztmetszete végig azonos, nem változik a vastagsága.
- A keresztvasnak és a véggombnak csak tömege van, nincs tehetetlenségi nyomatéka
- Nem kontinuumként kezeli a kardot, hanem mint rudak és tömegek együttese

A modellben a kard markolata 2, míg a penge 8 elemből állt(Végeselem modellezés során a testet felbontjuk kisebb egységekre, ezeknek megadjuk a paramétereit, majd a megoldó megoldja a részekből készített egyenletrendszert. Megfelelő felbontás(elemszám) esetén a modell jól fogja közelíteni a valóságot). A modellezés során mivel befogás nélküli sajátfrekvencia vizsgálatot csináltam, ezért az első néhány sajátfrekvencia nem értelmezhető. Az a frekvencia amivel a kardunk láthatóan rezeg, a modell 4. sajátfrekvenciája volt.

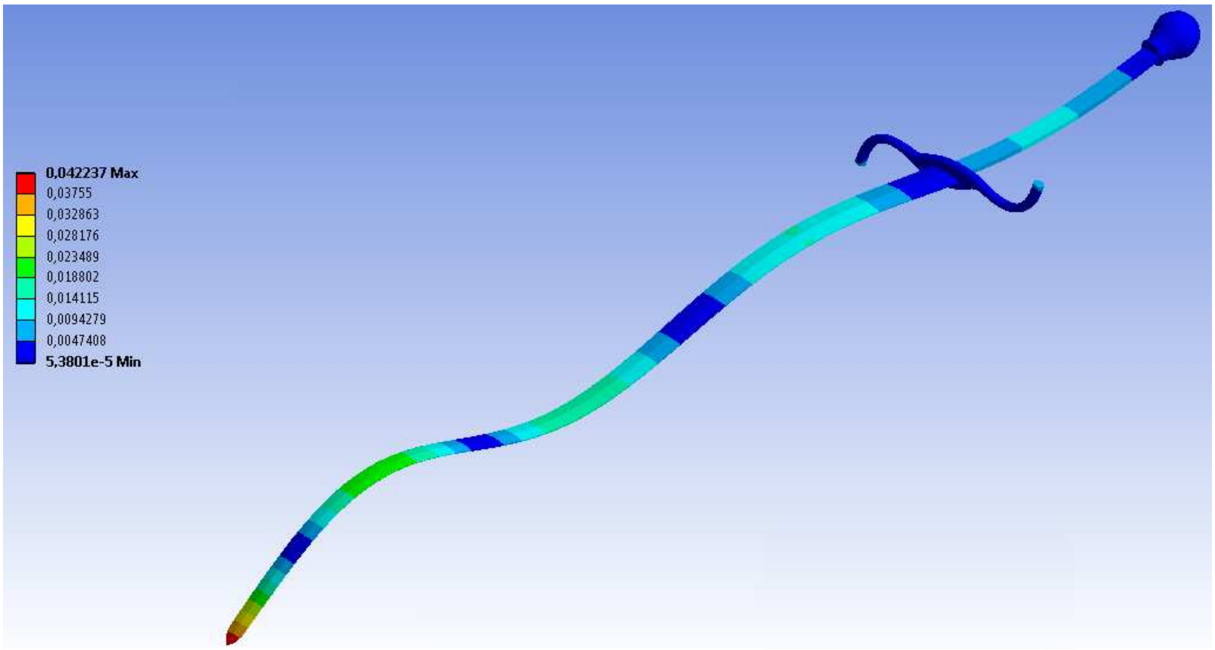


A kard sajátfrekvenciájának vizuális szemléltetése, a deformáció felnagyításával

A második modellt egy komolyabb véges elem szoftverben készítettem el, a minta a saját

kardom volt, ami a bevezetőben is látható egy foto-realisztikus képen
A kard modell mesh-elése:

A hálózott modell



Ezek után több beállítást elvégezve, a szimulációt lefuttatva:

A megoldás magasabb frekvenciára, a deformáció ábrázolásával
Szimulálva a csatolt fájlban tekinthető meg.

A dolgozatban rejlő további lehetőségek:
Mérésekkel a becsült adatok tényleges bevizsgálása, pontosabb modellek elkészítése.

Irodalomjegyzék

Bojtár:A szilárdságtan nagy tudósai. Bernoulli, Navier és a klasszikus gerendaelmélet
http://www.epito.bme.hu/me/oktatas/feltoltesek/BMEEOTMAT04/ber_nav.pdf

Rudak Egyszerű Igénybevételei
http://amt.sze.hu/images/am/2011_2012_1_felev/MSc_nappali/Alkalmazott_mechanika/AlkMechjegyz_FuggII_MSc.pdf

Kihajlás, Wikipédia szócikk
http://hu.wikipedia.org/wiki/Kihajl%C3%A1s

Dr. Stépán Gábor: Lecture notes, 2008/09 2nd Semester (complete)
http://www.mm.bme.hu/mm_hu/

Rezgés, Wikipédia szócikk
http://hu.wikipedia.org/wiki/Rezg%C3%A9s

Sajátfrekvencia, Wikipédia szócikk
http://hu.wikipedia.org/wiki/Saj%C3%A1tfrekvencia

Másodrendű nyomaték, Wikipédia szócikk
http://hu.wikipedia.org/wiki/M%C3%A1sodrend%C5%B1_nyomat%C3%A9k